Nombres et calculs 4. Patrie A : Résolution graphique d'inéquation

I/ Résolution graphique d'inéquation

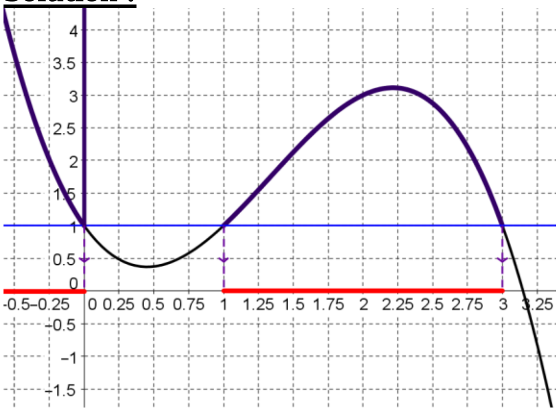
1/ Méthode pour résoudre graphiquement $f(x) \leqslant k$.

Dans un repère, est tracée la courbe $\mathscr{C}_f$ représentant la fonction f.

- **Pour résoudre $f(x) \leqslant k$:**
  On trace la droite horizontale d'équation $y = k$.
  Les solutions de l'équation $f(x) \leqslant k$ sont les **abscisses** des points de la courbe $\mathscr{C}_f$ qui se trouvent **en dessous** de la droite horizontale d'équation $y = k$.

Exercice 1 :
Ci-contre est représentée une fonction f.
Utiliser la méthode précédente pour résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \geqslant 1$.

Solution :



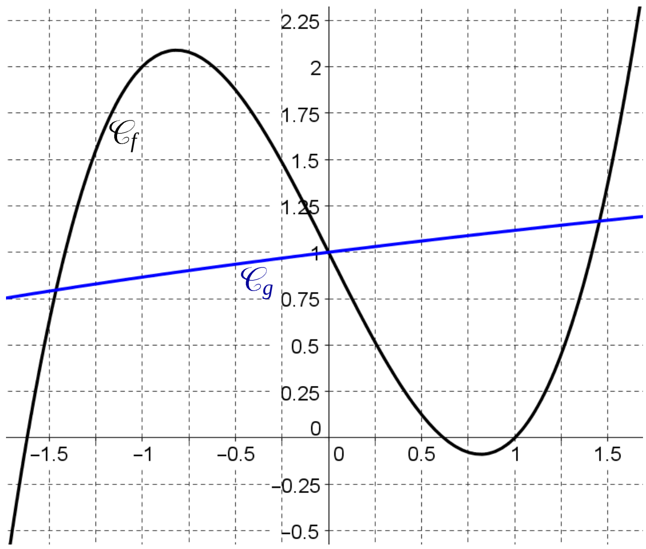
$f(x) \geqslant 1$: $S =]-\infty;0] \cup [1;3]$.

2/ Méthode pour résoudre graphiquement $f(x) > g(x)$.

Dans un repère, sont tracées les courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ représentant les fonctions f et g.

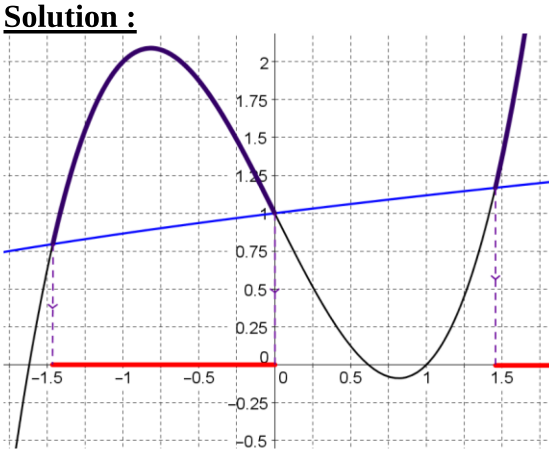
- **Pour résoudre $f(x) > g(x)$:**

Les solutions de l'inéquation $f(x) > g(x)$ sont les **abscisses** des points de la courbe $\mathscr{C}_f$ qui se trouvent **strictement au-dessus** de la courbe $\mathscr{C}_g$.



Exercice 2 :
Ci-contre est représentée une fonction f ainsi qu'une fonction g.
Utiliser la méthode précédente pour résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) > g(x)$.

Solution :



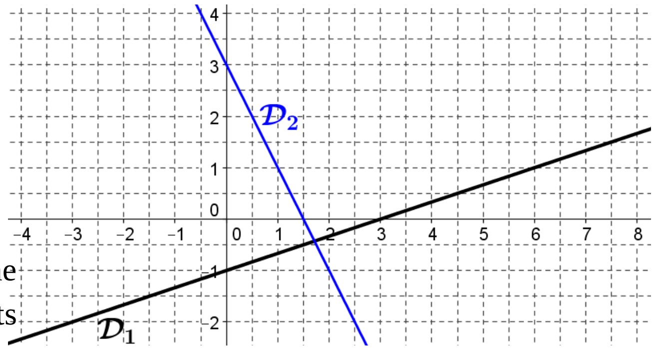
Exemple : Ici, $S =]-1.5\,;0[\cup]1.5\,;+\infty[$.

II/ Résolution d'inéquation de degré 1

1/ Exemple introductif

Exercice 3 :

Ci-contre sont représentées deux fonctions f et g définies respectivement par $f(x)=\frac{1}{3}x-1$ et $g(x)=3-2x$.



1/ Quelle droite représente f et pourquoi ?

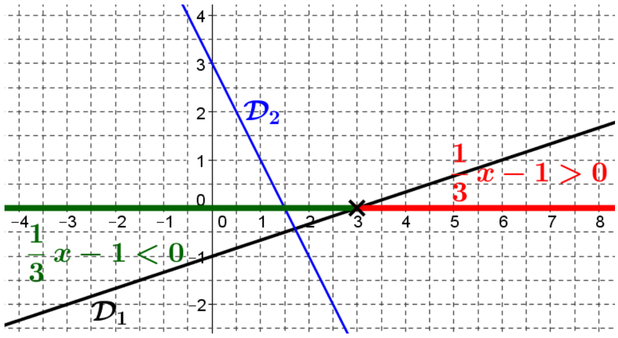
2/ Colorier en vert les abscisses des points de $\mathcal{D}_1$ ayant une ordonnée strictement négative et en rouge les abscisses des points de $\mathcal{D}_1$ ayant une ordonnée strictement positive.

Correction :

1/ Quelle droite représente f et pourquoi ?

f est croissante sur $\mathbb{R}$ car $a=\frac{1}{3}>0$; ainsi, f est représentée par $\mathcal{D}_1$.

2/ Colorier en vert les abscisses des points de $\mathcal{D}_1$ ayant une ordonnée strictement négative et en rouge les abscisses des points de $\mathcal{D}_1$ ayant une ordonnée strictement positive.



2/ Rappel sur la résolution sans tableau de signe d'une inéquation du premier degré

Règle :

Lors de la résolution d'une inéquation **l'ordre change** lorsque l'on multiplie ou divise par un **nombre négatif**.

Exemple :

Résoudre l'inéquation $5-3x>0$.

$5-3x>0 \Leftrightarrow -3x>-5 \Leftrightarrow x<\frac{-5}{-3}$ (ici on divise par -3 négatif) $\Leftrightarrow x<\frac{5}{3}$.

$S=\left]-\infty;\frac{5}{3}\right[$.

Exercice 4 :

Résoudre algébriquement (=par calculs à la main) dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante : $2x-3<6x+7$.

Solution :

Méthode :

D'abord séparer les termes en *x* de ceux sans *x* puis, en isolant *x*, réfléchir si l'ordre change ou non.

$2x-3<6x+7 \Leftrightarrow 2x-6x<7+3 \Leftrightarrow -4x<10 \Leftrightarrow x>\frac{10}{-4}$ (Ici, l'ordre change car on divise par -4 qui est négatif).

Ainsi : $2x-3<6x+7 \Leftrightarrow x>-\frac{5}{2}$.

$S=\left]-\frac{5}{2};+\infty\right[$.