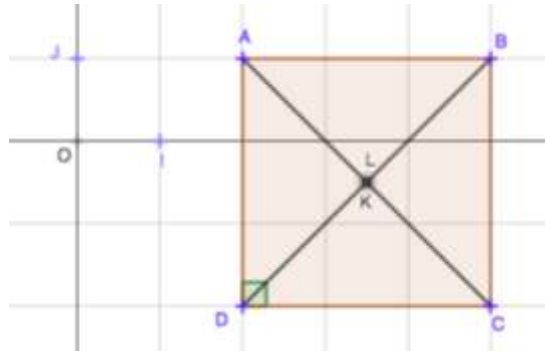


Corrigé de l'exercice 77

1. On obtient la figure ci-dessous.



2.

- a. K est le milieu de $[AC]$ donc on a :

$$x_K = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{2+5}{2} = \frac{7}{2},$$

$$y_K = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{5-2}{2} = \frac{3}{2}. \text{ D'où les coordonnées : } K\left(\frac{7}{2}; \frac{3}{2}\right).$$

- b. L est le milieu $[BD]$ donc on a :

$$x_L = \frac{x_B + x_D}{2} = \frac{5+2}{2} = \frac{7}{2} \text{ et } y_L = \frac{y_B + y_D}{2} = \frac{1-2}{2} = -\frac{1}{2}.$$

$$\text{D'où les coordonnées : } L\left(\frac{7}{2}; -\frac{1}{2}\right).$$

- c. Les points K et L sont confondus, les diagonales du quadrilatère $ABCD$ ont donc le même milieu. $ABCD$ est donc un parallélogramme.

3.

- a. Le plan est muni d'un repère orthonormé, on peut donc utiliser la formule de calcul des distances. On obtient alors

$$AC^2 = (5-2)^2 + (-2-5)^2 = 3^2 + (-7)^2 = 58 \text{ donc } AC = \sqrt{58} = \sqrt{2 \cdot 29} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{29}.$$

$$AD^2 = (2-2)^2 + (-2-5)^2 = 0^2 + (-7)^2 = 49 \text{ donc } AD = \sqrt{49} = 7.$$

$$DC^2 = (2-5)^2 + (-2+2)^2 = 3^2 + 0^2 = 9 \text{ donc } DC = \sqrt{9} = 3.$$

- b. Dans le triangle ACD :

$$\text{d'une part : } AC^2 = (\sqrt{58})^2 = 58,$$

$$\text{d'autre part, } AD^2 + DC^2 = 49 + 9 = 58.$$

Ainsi, l'égalité $AC^2 = AD^2 + DC^2$ est vérifiée donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ACD est rectangle en D .

De plus $AD = DC = 7$ donc le triangle ADC est aussi isocèle en D . En conclusion ADC est un triangle rectangle isocèle en D .

4. Le parallélogramme $ABCD$ possède un angle droit donc $ABCD$ est un rectangle.

De plus, le rectangle $ABCD$ a deux côtés consécutifs égaux donc $ABCD$ est un carré.