

Géométrie. G1. Compléments sur le repérage

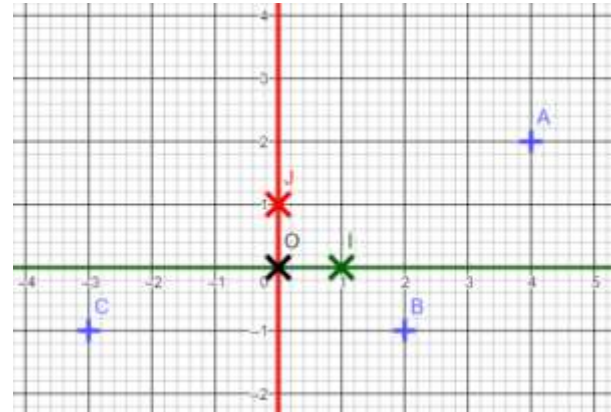
I/ Coordonnées

1/ Rappels

Vous avez vu au collège la notion de **repère** et de **coordonnées**.

Par exemple, voici ci-contre des points placés dans un repère :

- Le point O s'appelle **l'origine**,
- L'axe, ici "horizontal", passant par O et I s'appelle **l'axe des abscisses**,
- L'axe, ici "vertical", passant par O et J s'appelle **l'axe des ordonnées**,
- Le point A a pour **coordonnées** $(4 ; 2)$,
- De même, $B(2 ; -1)$ et $C(-3 ; -1)$.

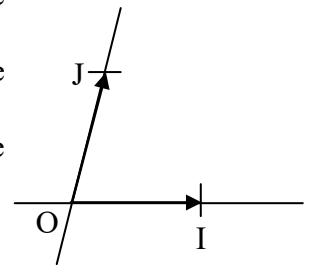


2/ Définitions plus générales

Nous allons généraliser les définitions précédentes à des axes qui peuvent ne pas être "horizontaux" ou "verticaux" et formant un angle qui peut ne pas être droit.

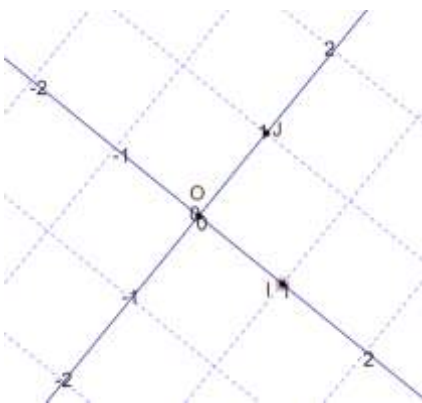
Définitions :

- Un **repère du plan** est déterminé par trois points O, I et J **non alignés**. On le note $(O ; I, J)$.
- On dit que le repère $(O ; I, J)$ est **orthogonal** si le triangle OIJ est un triangle rectangle en O .
- On dit que le repère $(O ; I, J)$ est **orthonormal** si le triangle OIJ est un triangle rectangle isocèle en O .
- Le point O est appelé **l'origine du repère**.
- La droite (OI) est **l'axe des abscisses** orienté de O vers I .
- La droite (OJ) est **l'axe des ordonnées** orienté de O vers J .

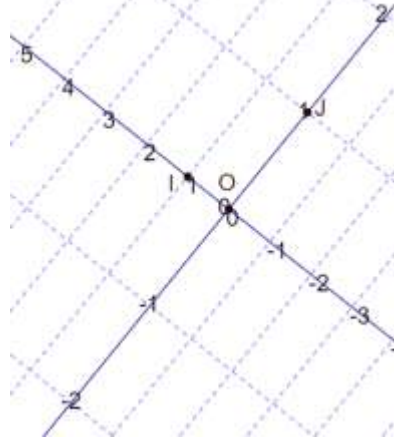


Exercice :

1/ Pour chacun des repères $(O ; I, J)$ ci-dessous précisez s'il est orthogonal, orthonormal ou ni l'un ni l'autre.



repère $(O ; I, J)$



repère $(O ; I, J)$



repère $(O ; I, J)$

2/ Mettre en vert l'axe des abscisses et en rouge celui des ordonnées dans chacun des cas précédant.

3/ Coordonnées d'un point dans un repère

Définition : Dans un repère, tout point M du plan est repéré par un unique couple $(x_M; y_M)$ de réels, appelé **couple de coordonnées de M** .

Exercice :

1/ a/ Quel est le nom du repère ci-contre ?

b/ Lire dans ce repère les coordonnées des points A, B et C :

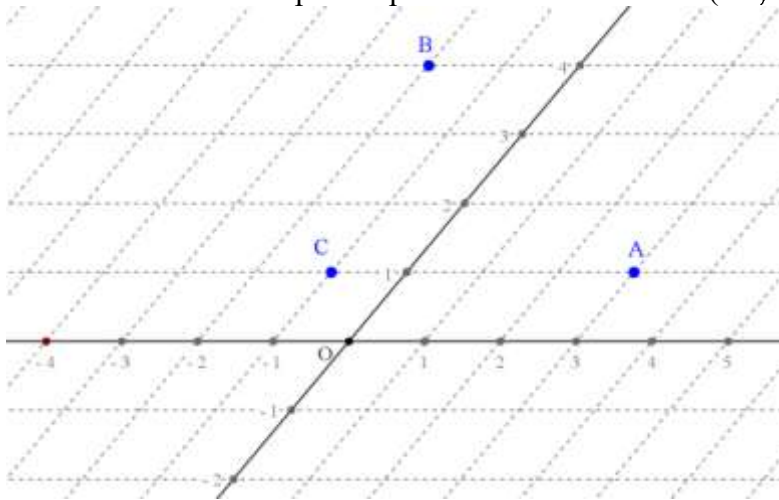
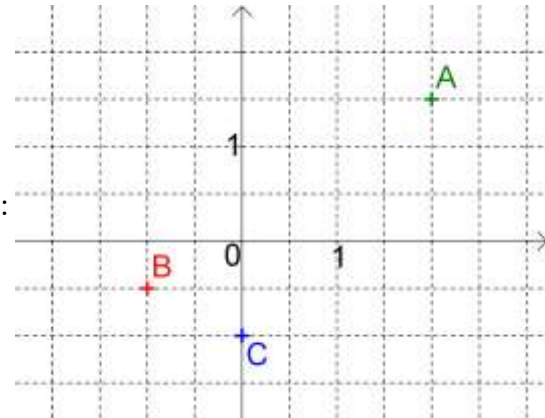
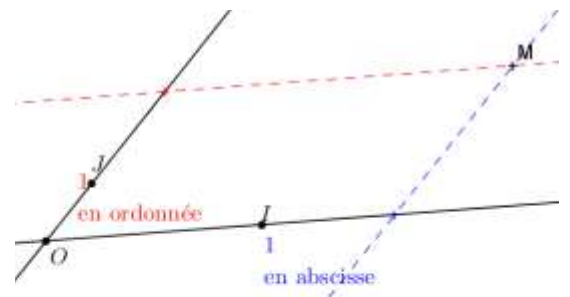
A(..... ;), B..... et C

c/ Placer dans ce repère le point M de coordonnées $(\frac{3}{2}; -1)$.

2/ a/ Dans le repère ci-dessous, lire les coordonnées des points A, B et C :

A(..... ;), B..... et C

b/ Placer dans ce repère le point M de coordonnées $(-4; 2)$.



II/ Coordonnées du milieu d'un segment

Propriété :

Soient $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ deux points du plan muni d'un repère $(O; I, J)$, alors le milieu K du segment $[AB]$ a pour coordonnées :

.....

Exercice :

Soient $A(4;3)$, $B(5;1)$, $C(1;-1)$ et $D(0;1)$.

1/ a/ Placer les points dans le repère ci-contre.

b/ Que conjecturez-vous quant au quadrilatère $ABCD$?

.....

2/ Prouver cette conjecture sur ce quadrilatère $ABCD$.

.....

.....

.....

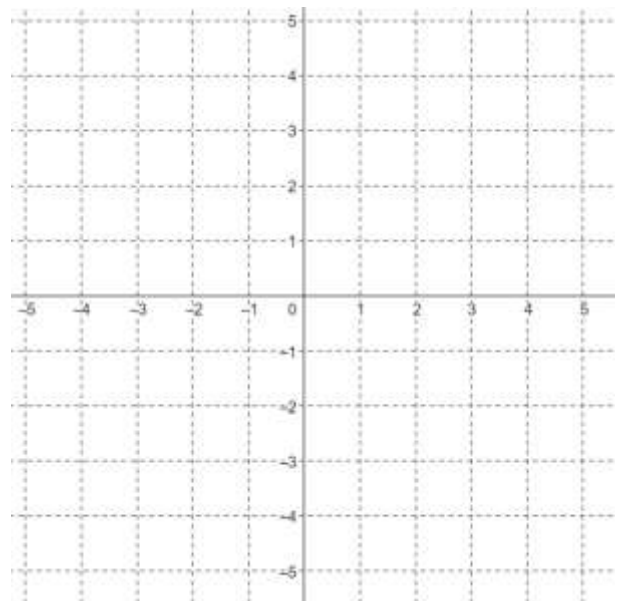
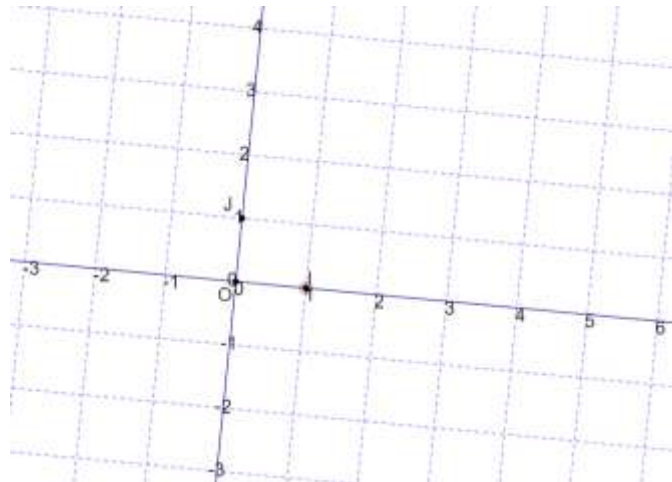
.....

.....

.....

.....

.....



III/ Calcul de distances dans un repère orthonormé

Propriété :

Dans un repère **orthonormé** $(O ; I, J)$.

Si $A(x_A ; y_A)$ et $B(x_B ; y_B)$ alors la distance de A à B est donnée par :

.....

On peut aussi écrire ainsi :

.....

Exercice :

Dans un repère orthonormé $(O ; I, J)$, soient $A(4;3)$, $B(5 ; 1)$, $C(1;-1)$ et $D(0 ; 1)$.

On admet que $ABCD$ est un parallélogramme. (résultat démontré dans l'exercice précédent)

1/ Calculer AB et AC .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

On admet désormais que $BC = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$.

2/ En déduire la nature du triangle ABC .

.....

.....

.....

.....

.....

3/ Quelle est la nature du parallélogramme $ABCD$?

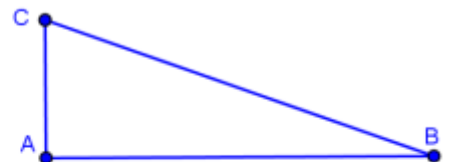
.....

.....

.....

IV/ Rappels sur le théorème de Pythagore

Théorème de Pythagore : Si ABC est rectangle en A , alors $BA^2 + AC^2 = BC^2$.



Réciproque du théorème de Pythagore : Si $BA^2 + AC^2 = BC^2$ alors ABC est rectangle en A .

(Il y a permutation entre **hypothèse** et **conclusion** du théorème)

Contraposée du théorème de Pythagore : Si $BA^2 + AC^2 \neq BC^2$ alors ABC n'est pas rectangle en A .

(Si la **conclusion** du théorème est fausse alors c'est que l'**hypothèse** initiale est fausse aussi)

Énoncé du théorème de Pythagore regroupant théorème et réciproque :

ABC est rectangle en A , si, et seulement si, $BA^2 + AC^2 = BC^2$.