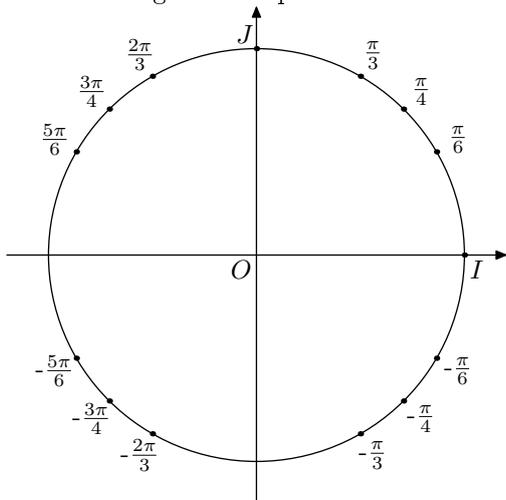


# Trigonométrie - généralités

## Exercice 1

On munit le plan d'un repère orthonormé  $(O; I; J)$  et on considère le cercle trigonométrique ci-dessous :



où sont représentés les points  $M$  du cercle trigonométrique dont la mesure principale de l'angle orienté  $(\vec{OI}; \vec{OM})$  est un angle remarquable.

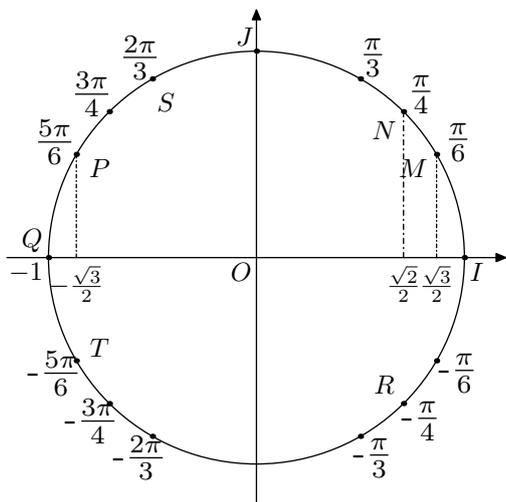
Donner la valeur exacte des rapports ci-dessous :

a.  $\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)$     b.  $\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)$     c.  $\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right)$     d.  $\cos(\pi)$

e.  $\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)$     f.  $\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)$     g.  $\sin\left(-\frac{5\pi}{6}\right)$     h.  $\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)$

## Correction 1

- Pour déterminer les cosinus des angles, nous utiliserons l'abscisse des points correspondants sur le cercle trigonométrique :



a. Le point  $M$  est repéré par l'angle  $\frac{\pi}{6}$ . L'abscisse du point  $M$  a pour valeur  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

On en déduit :  $\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

b. Le point  $N$  est repéré par l'angle  $\frac{\pi}{4}$ . L'abscisse du point  $N$  a pour valeur  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

On en déduit :  $\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

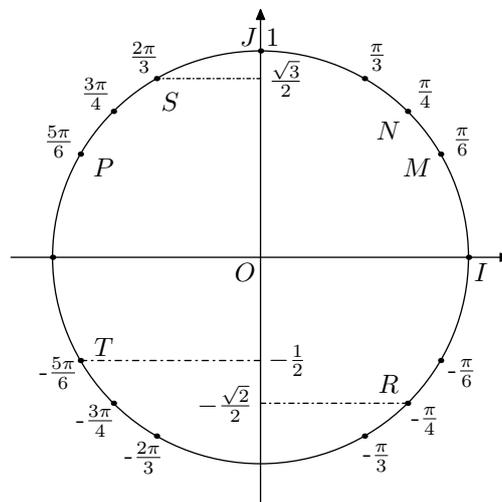
c. Le point  $P$  est repéré par l'angle  $\frac{5\pi}{6}$ . L'abscisse du point  $P$  a pour valeur  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

On en déduit :  $\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

d. Le point  $Q$  est repéré par l'angle  $\pi$ . L'abscisse du point  $Q$  a pour valeur  $-1$ .

On en déduit :  $\cos(\pi) = -1$

- Pour déterminer les cosinus des angles, nous utiliserons l'abscisse des points correspondants sur le cercle trigonométrique :



e. Le point  $R$  est repéré par l'angle  $-\frac{\pi}{4}$ . L'ordonnée du point  $R$  a pour valeur  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

On en déduit :  $\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

f. Le point  $S$  est repéré par l'angle  $\frac{2\pi}{3}$ . L'ordonnée du point  $S$  a pour valeur  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

On en déduit :  $\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

g. Le point  $T$  est repéré par l'angle  $-\frac{5\pi}{6}$ . L'ordonnée du point  $T$  a pour valeur  $-\frac{1}{2}$ .

On en déduit :  $\sin\left(-\frac{5\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2}$

h. Le point  $J$  est repéré par l'angle  $\frac{\pi}{2}$ . L'ordonnée du point  $J$  a pour valeur  $1$ .

On en déduit :  $\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$

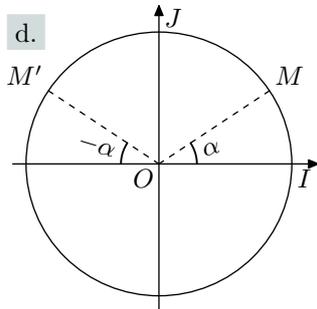
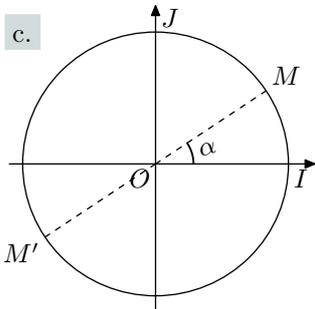
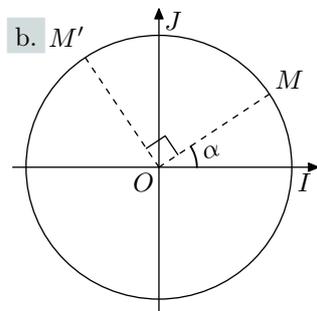
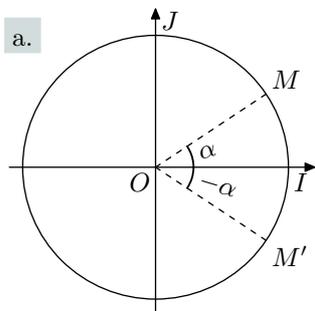
## Exercice 2

- Dans les quatre cas suivants, un point  $M$  est placé sur le cercle trigonométrique repéré par un angle  $\alpha$ . On rap-

pelle qu'on note alors :

$$\widehat{IOM} = \alpha \text{ ou } M(\alpha).$$

A partir de ce point  $M$  est placé un nouveau point  $M'$  :

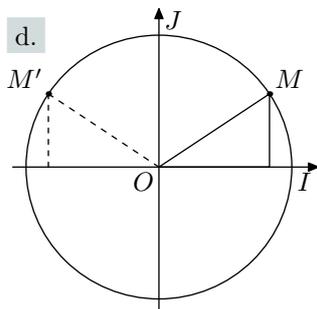
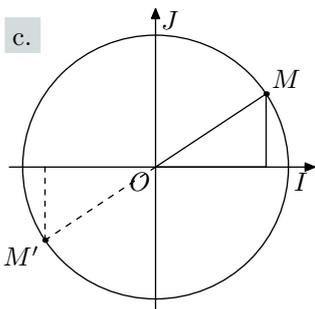
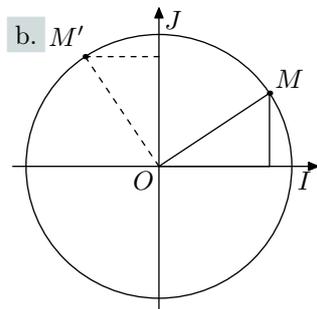
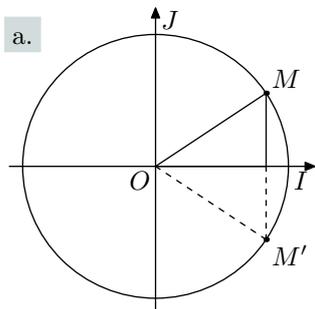


Exprimer l'angle repérant le point  $M'$  en fonction de  $\alpha$ .

2. Nous utiliserons la définition et les propriétés suivantes :

**Définition :**  
Deux triangles sont **isométriques** si leurs côtés sont deux à deux de même mesure.

**Proposition :**  
Si deux triangles ont un côté de même longueur adjacent à deux angles respectivement égaux alors ces deux triangles sont isométriques

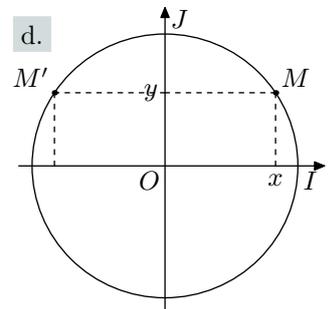
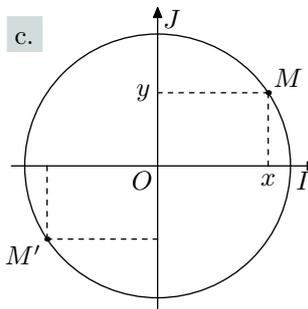
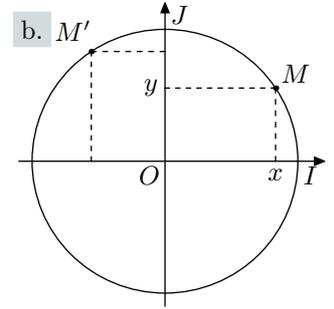
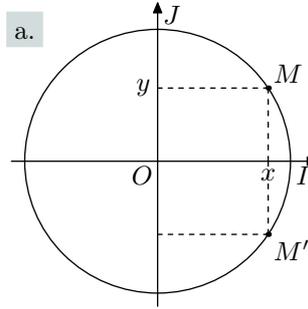


Justifier, dans chaque cas, que le triangle présenté en trait plein et le triangle présenté en pointillés sont isométriques.

3. Ouvrir le fichier "angleAssocie.ggb".

Modifier la position du point  $M$  et observer la relation entre les coordonnées du point  $M$  et  $M'$  dans chacun des cas.

4. Indiquer sur la figure les coordonnées du point  $M'$  en fonction des coordonnées  $(x; y)$  du point  $M$  :



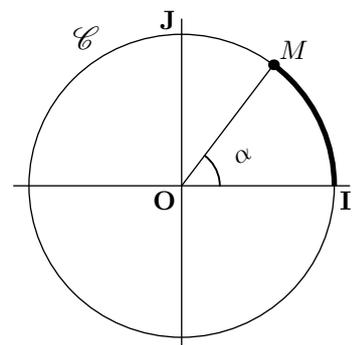
**Correction 2**

La correction n'existe pas pour l'exercice 6574

**Exercice 3\***

Dans un repère orthonormé  $(O; I; J)$ , on considère un cercle de centre  $O$  et de rayon 1 (ce cercle passe par les points  $I$  et  $J$ ).

Un point  $M$  du cercle est repéré par la mesure de l'angle  $\widehat{MOI}$



1. a. Donner la mesure de la circonférence du cercle.

b. Compléter le tableau suivant :

Valeur de $\alpha$	0	360	180	90
Longueur de l'arc $\widehat{IM}$				

c. Que peut-on dire du tableau ci-dessus?

2. A l'aide de la proportionnalité, compléter le tableau ci-dessous :

Valeur de $\alpha$	36	45	60	30
Longueur de l'arc $\widehat{IM}$				

**Correction 3**

**Exercice 4\***

1. Déterminer la mesure exacte en radian des angles suivants :

- a.  $90^\circ$       b.  $60^\circ$       c.  $45^\circ$   
 d.  $30^\circ$       e.  $72^\circ$       f.  $1^\circ$

2. Déterminer la mesure exacte en degré des angles suivants :

- a.  $\frac{\pi}{2}$  rad      b.  $\frac{\pi}{3}$  rad      c.  $\frac{\pi}{6}$  rad  
 d.  $\frac{3\pi}{5}$  rad      e.  $\frac{\pi}{12}$  rad      f.  $\frac{3\pi}{4}$  rad

3. Compléter les pointillés ci-dessous avec les valeurs adéquates, approchées au millième près :

- a.  $66^\circ \approx \dots$  rad      b.  $137^\circ \approx \dots$  rad  
 c.  $2$  rad  $\approx \dots^\circ$       d.  $0,69$  rad  $\approx \dots^\circ$

**Correction 4**

1. a. Le cercle  $\mathcal{C}$  a pour rayon 1. Ainsi, sa circonférence a pour mesure :

$$P = 2 \cdot \pi \cdot r = 2 \cdot \pi \times 1 = 2 \cdot \pi$$

b. Voici le tableau complété :

Valeur de $\alpha$	0	360	180	90
Longueur de l'arc $\widehat{IM}$	0	$2\pi$	$\pi$	$\frac{\pi}{2}$

c. Ce tableau représente une situation de proportionnalité entre l'angle au centre définissant un arc du cercle  $\mathcal{C}$  et la mesure de cet arc.

2. Voici le tableau complété :

Valeur de $\alpha$	36	45	60	30
Longueur de l'arc $\widehat{IM}$	$\frac{\pi}{5}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{6}$

1. Voici le tableau représentant une situation de proportionnalité :

Mesure en degré	90	60	45	30	72	1
Mesure en radian	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{2\pi}{5}$	$\frac{\pi}{180}$

$$\begin{array}{c} x \\ \downarrow \\ x \times \frac{\pi}{180} \end{array}$$

2. Voici le tableau représentant une situation de proportionnalité :

Mesure en radian	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{3\pi}{5}$	$\frac{\pi}{12}$	$\frac{3\pi}{4}$
Mesure en degré	90	60	30	108	30	135

$$\begin{array}{c} x \\ \downarrow \\ x \times \frac{180}{\pi} \end{array}$$

3. a.  $66^\circ \approx 1,15191 \approx 1,152$  rad

b.  $137^\circ \approx 2,39110 \approx 2,391$  rad

c.  $2$  rad  $\approx 114,59155 \approx 114,592^\circ$

d.  $0,69$  rad  $\approx 39,53408 \approx 39,534^\circ$