Warm up spécialité PCM année 2020-2021

Warm up spécialité PCM 2020-2021.

Algorithme.

On considère l'algorithme suivant :

$x \leftarrow 0$

$y \leftarrow -1$

If $x > y$ alors $x \leftarrow x + y$

Sinon $y \leftarrow x - y$

Quelles sont les valeurs de x et y ? Recommencer avec $x \leftarrow -2$ et $y \leftarrow 1$

Solutions :

x	0	-1
y	-1	-1

x	-2	-2
y	1	-3

Fonctions et PYTHON

On utilise le langage PYTHON pour définir deux fonctions :

```python
def f(x) :
    return 2*x+1

def g(x) :
    return x*x-1



```

On calcule f(4), g(0) et g(-1). Quelles sont les valeurs ?

Conversions

Convertir en degrés l'angle $\frac{\pi}{9} rad$ et convertir en radians l'angle 115°

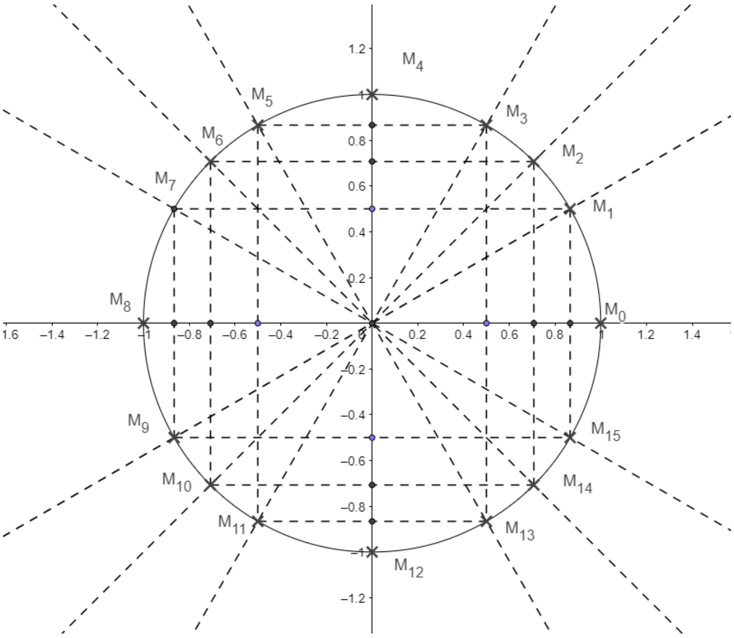
Solutions :

En mode console, voici ce que propose PYTHON :

```
Console Python
*** Python 3.4.5 |Continuum Analytics,
 Inc.| (default, Jul  5 2016, 14:56:50)
[MSC v.1600 32 bit (Intel)] on win32. ***
>>> f(4)
9
>>> g(0)
-1
>>> g(-1)
0
>>> |
```

$\frac{\pi}{9}$ *correspond* à 20° et $115°$ *correspond* à $\frac{115}{180}\pi = \frac{23}{36}\pi \approx 2\ rad$

Cercle trigonométrique : points remarquables.



Placer sur le cercle trigonométrique le point associé à un nombre réel donné.

$$-\frac{\pi}{4}, \frac{2\pi}{3}, \frac{3\pi}{4}, -\frac{\pi}{6}, -\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{6}, \frac{\pi}{2}$$

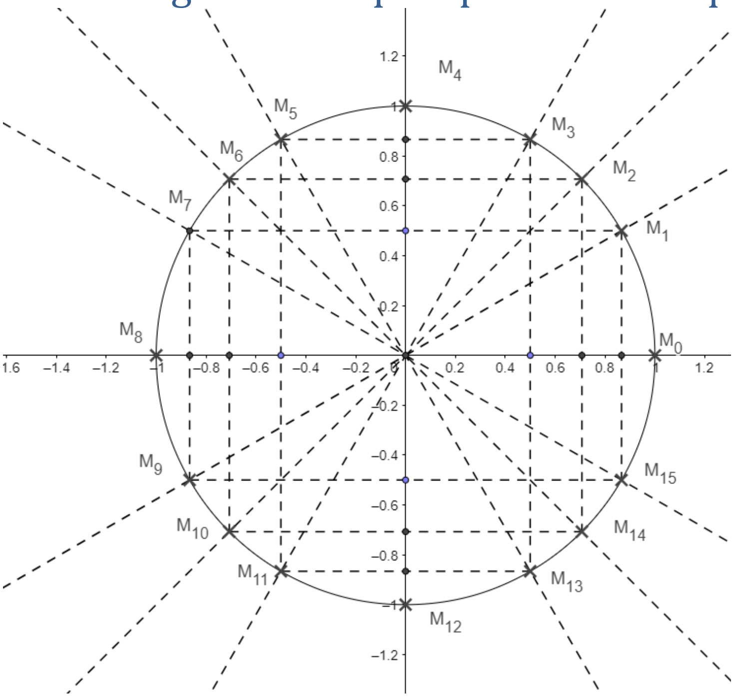
Solutions :

$-\frac{\pi}{4}$: M_{14} , $\frac{2\pi}{3}$: M_5, $\frac{3\pi}{4}$: M_6, $-\frac{\pi}{6}$: M_{15}, $-\frac{\pi}{2}$: M_{12}, $\frac{5\pi}{6}$: M_7, $\frac{\pi}{2}$: M_4

Solutions :

$-\frac{\pi}{4}$: M_{14} , $\frac{2\pi}{3}$: M_5, $\frac{3\pi}{4}$: M_6, $-\frac{\pi}{6}$: M_{15}, $-\frac{\pi}{2}$: M_{12}, $\frac{5\pi}{6}$: M_7, $\frac{\pi}{2}$: M_4

Cercle trigonométrique : points remarquables.



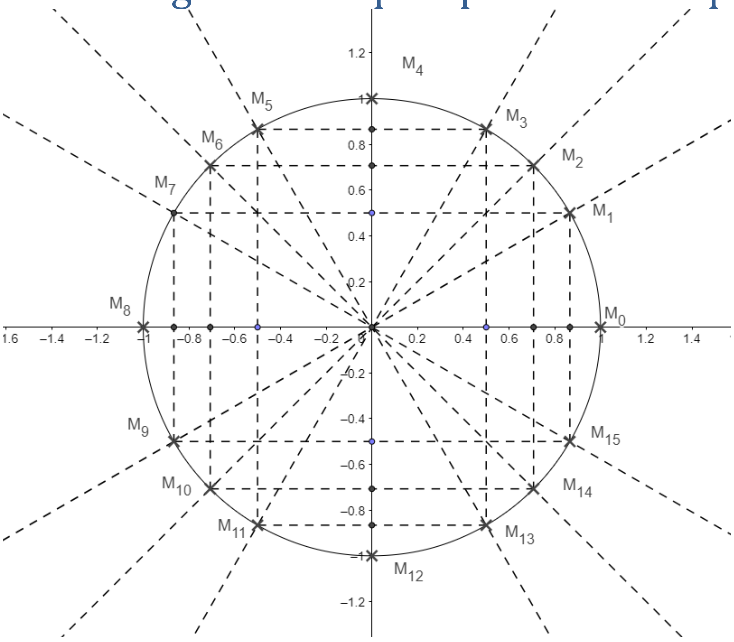
Placer sur le cercle trigonométrique le point associé à un nombre réel donné.

$\frac{\pi}{4}, \frac{4\pi}{3}, \frac{5\pi}{4}, -\frac{5\pi}{6}, \frac{3\pi}{2}, -\pi, 5\pi$

Solutions :

$\frac{\pi}{4}$: M_2 , $\frac{4\pi}{3}$: M_{11}, $\frac{5\pi}{4}$: M_{10}, $-\frac{5\pi}{6}$: M_9, $\frac{3\pi}{2}$: M_{12}, $-\pi$: M_8, 5π : M_8

Cercle trigonométrique : points remarquables.



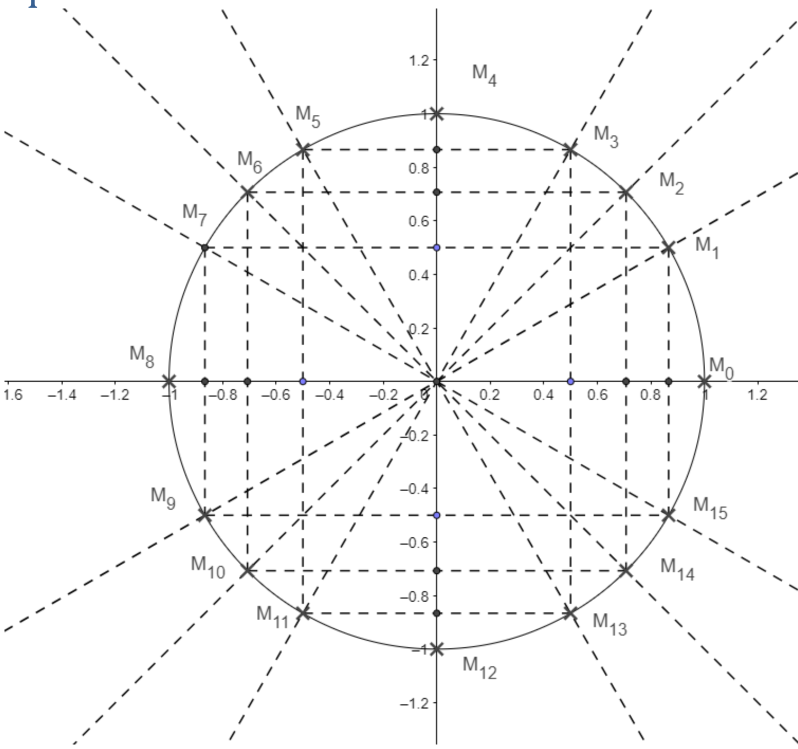
Indiquer, sur le cercle trigonométrique, le point associé aux nombres réels suivants :

$\frac{\pi}{4}, \frac{2\pi}{3}, \frac{3\pi}{4}, -\frac{\pi}{6}, \frac{7\pi}{2}, \frac{11\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}, -\frac{\pi}{2}$

$\frac{\pi}{4}$: M_2 , $\frac{2\pi}{3}$: M_5, $\frac{3\pi}{4}$: M_6, $-\frac{\pi}{6}$: M_{15}, $\frac{7\pi}{2}$: M_{12}, $\frac{11\pi}{6}$: M_{15}, $\frac{7\pi}{6}$: M_9, - $\frac{\pi}{2}$: M_{12}

Chercher un point du cercle trigonométrique

Quel est le point associé au nombre $\frac{25\pi}{4}$?



Mesure principale d'un angle

Quelle est la mesure principale de l'angle $\frac{25\pi}{4}\ rad$?

Rappel : mesure principale d'un angle : $]-\pi;\pi]$

Solution :

$\frac{25\pi}{4} = \frac{24\pi}{4} + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} + 6\pi$ Il est associé au point M_2

$\frac{25\pi}{4} = \frac{24\pi}{4} + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} + 6\pi$ la mesure principale de l'angle est donc $\frac{\pi}{4}$ rad

Algorithme, Python.

Soit le code Python :

```
def affine(x):
    if x<=8 :
        y=x*40+10
    else:
        y=x*60
    return(y)

print("pour x=6 : ",affine(6))
print("pour x=8 : ",affine(8))
print("pour x=10 : ",affine(10))
```

Qu'affiche le langage Python (pour les valeurs, 6, 8 et 10) ?

Mesure principale d'un angle

Quelle est la mesure principale de l'angle $\frac{29\pi}{4}$ rad ? Rappel : mesure principale d'un angle : $]-\pi;\pi]$

<u>Solution :</u>

$\frac{29\pi}{4} = \frac{32\pi}{4} - \frac{3\pi}{4} = -\frac{3\pi}{4} + 8\pi$ la mesure principale de l'angle est donc $-\frac{3\pi}{4}$ rad

```
pour x=6 :  250
pour x=8 :  330
pour x=10 :  600
```

Valeurs remarquables en trigonométrie.

Compléter le tableau des valeurs remarquables en trigonométrie.

Angle (x) en degré	0	30	45	60	90
Angle (x) en radian	0		$\frac{\pi}{4}$		
Cos(x)		$\frac{\sqrt{3}}{2}$			
Sin(x)	0				

Mesure principale d'un angle

Quelle est la mesure principale de l'angle $\frac{29\pi}{3}$ rad ? Rappel : mesure principale d'un angle : $]-\pi;\pi]$

Solutions :

Angle x en degré	0	30	45	60	90
Angle x en radian	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
Cos(x)	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
Sin(x)	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1

$\frac{29\pi}{3} = \frac{30\pi}{3} - \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{3} + 10\pi$ la mesure principale de l'angle est donc $-\frac{\pi}{3}$ rad

Valeurs remarquables en trigonométrie.

Compléter le tableau des valeurs remarquables en trigonométrie.

Angle (x) en degré	0	30	45	60	90
Angle (x) en radian					
Cos(x)			$\frac{\sqrt{2}}{2}$		
Sin(x)					

Résoudre une équation trigonométrique.

Trouver x sur]-π ;π] tel que : $\cos(x) = \frac{-\sqrt{3}}{2}$

Résoudre une équation trigonométrique.

Trouver x sur]-π ;π] tel que : $\sin(x) = \frac{-1}{2}$

Solutions :

$$\cos(x) = \frac{-\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi & k \in \mathbb{Z} \\ x = -\frac{5\pi}{6} + k2\pi & k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Sur]-π ;π] $S = \left\{-\frac{5\pi}{6} ; \frac{5\pi}{6}\right\}$

$$\sin(x) = \frac{-1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi & k \in \mathbb{Z} \\ x = -\frac{5\pi}{6} + k2\pi & k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Sur]-π ;π] $S = \left\{-\frac{\pi}{6} ; -\frac{5\pi}{6}\right\}$

Algorithme de seuil.

Une balle part d'une hauteur de 2,5 m et perd 15% de sa hauteur à chaque rebond. On cherche le nombre de rebonds pour qu'elle perde la moitié de sa hauteur. Pour résoudre le problème, on considère l'algorithme suivant :

Lire h
$0 \rightarrow n$
Tant que $h > 1{,}25$
    $n + 1 \rightarrow n$
    $h * 0{,}85 \rightarrow h$
Fin tant que
Afficher n

Remplir le tableau d'exécution suivant :

	Initialisation					
n	0					
h	2,5					

Solutions.

	Initialisation					
n	0	1	2	3	4	5
h	2,5	2 ,125	1,81	1,54	1,31	1,11

L'algorithme affiche 5

Valeurs remarquables en trigonométrie.

Compléter le tableau des valeurs remarquables en trigonométrie.

Angle (x) en degré	0	30	45	60	90
Angle (x) en radian					
Cos(x)			$\frac{\sqrt{2}}{2}$		
Sin(x)					

Equations trigonométriques

Trouver le ou les quadrant(s) puis trouver l'angle x :

$\begin{cases}\cos(x) = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \sin(x) = -\frac{1}{2}\end{cases}$: $\begin{cases}\cos(x) = -\frac{1}{2} \\ \sin(x) = \frac{-\sqrt{3}}{2}\end{cases}$: $\begin{cases}\cos(x) = -1 \\ \sin(x) = 0\end{cases}$

$$x : \begin{cases}\cos(x) = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \sin(x) = -\frac{1}{2}\end{cases} \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \ \ k\epsilon\mathbb{Z}$$

$$x : \begin{cases}\cos(x) = -\frac{1}{2} \\ \sin(x) = \frac{-\sqrt{3}}{2}\end{cases} \Leftrightarrow x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi \ \ k\epsilon\mathbb{Z}$$

$$x : \begin{cases}\cos(x) = -1 \\ \sin(x) = 0\end{cases} \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi \ \ k\epsilon\mathbb{Z}$$

Equation trigonométrique

Résoudre dans]-π;2π] l'équation $cos(x) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

Equations trigonométriques

trouver l'angle x (vous pouvez également préciser le quadrant)

$$: \begin{cases}\cos(x) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \sin(x) = -\frac{1}{2}\end{cases}$$

$x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \ \ k \in \mathbb{Z}$ *ou* $x = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi \ \ k \in \mathbb{Z}$

k=0 : $x = \frac{3\pi}{4} \in]-\pi; 2\pi]$ ou $x = -\frac{3\pi}{4} \in]-\pi; 2\pi]$

k=1 : $x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi = \frac{3\pi}{4} + \frac{8\pi}{4} = \frac{11\pi}{4}$ ou $x = -\frac{3\pi}{4} + 2\pi = -\frac{3\pi}{4} + \frac{8\pi}{4} = \frac{5\pi}{4}$

$\frac{11\pi}{4} \notin]-\pi; 2\pi]$ $\frac{5\pi}{4} \in]-\pi; 2\pi]$

k=2 : $x = \frac{3\pi}{4} + 4\pi = \frac{3\pi}{4} + \frac{16\pi}{4} = \frac{19\pi}{4}$ ou $x = -\frac{3\pi}{4} + 4\pi = -\frac{3\pi}{4} + \frac{16\pi}{4} = \frac{13\pi}{4}$

$\frac{19\pi}{4} \notin]-\pi; 2\pi]$ $\frac{13\pi}{4} \notin]-\pi; 2\pi]$

k=-1 : $x = \frac{3\pi}{4} - 2\pi = \frac{3\pi}{4} - \frac{8\pi}{4} = -\frac{5\pi}{4}$ ou $x = -\frac{3\pi}{4} - 2\pi = -\frac{3\pi}{4} - \frac{8\pi}{4} = -\frac{11\pi}{4}$

$-\frac{5\pi}{4} \notin]-\pi; 2\pi]$ $-\frac{11\pi}{4} \notin]-\pi; 2\pi]$

Donc $S = \left\{-\frac{3\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}; \frac{5\pi}{4}\right\}$

$$x : \begin{cases} \cos(x) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \sin(x) = -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x = -\frac{5\pi}{6} + k2\pi \ \ k\epsilon\mathbb{Z}$$

Le produit scalaire

Rappels : $\vec{u}\quad et\quad \vec{v}\quad \vec{u}.\vec{v} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times cos(\vec{u},\vec{v})$

On donne $\|\vec{u}\| = 3{,}5$ $\|\vec{v}\| = 2$ et $(\vec{u},\vec{v}) = \frac{3\pi}{4}$

Calculer $\vec{u}.\vec{v}$

<u>Solutions :</u>

Equations trigonométriques

trouver l'angle x tel que : $\begin{cases} \cos(x) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \sin(x) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$

Solutions :

$$\vec{u}.\vec{v} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times cos(\vec{u},\vec{v}) = 3{,}5 \times 2 \times cos(\frac{3\pi}{4}) = 7 \times \frac{-\sqrt{2}}{2} = -3{,}5\sqrt{2}$$
$$\approx -4{,}9$$

$$x : \begin{cases} \cos(x) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \sin(x) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi \;\; k\epsilon\mathbb{Z}$$

Calculer une distance, des coordonnées de milieu.

- Calculer la distance AB avec A(-1 ;-3) et B(-2 ;4) et les coordonnées du milieu I du segment [AB]

Rappels :

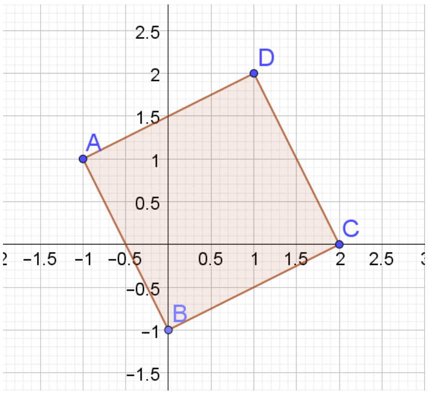
$$I(x_I, y_I) \;\; milieu\ de\ [AB]\ avec\ A(x_A, y_A)\ et\ B(x_B, y_B)$$
$$x_I = \frac{x_A + x_B}{2} \quad et \quad y_I = \frac{y_A + y_B}{2}$$
$$On\ a \quad A(x_A, y_A)\ et\ B(x_B, y_B) \quad AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

Solutions :

A(-1 ;-3) et B(-2 ;4)

$$x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{-1-2}{2} = -\frac{3}{2} \quad et \quad y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{-3+4}{2} = \frac{1}{2}$$
$$I(-\frac{3}{2}; \frac{1}{2})$$

$$AB = \sqrt{(-2-(-1))^2 + (4-(-3))^2} = \sqrt{(-1)^2 + 7^2} = \sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = 5\sqrt{2}$$



Le repérage.

Donner les coordonnées des points A,B,C et D. Calculer les coordonnées des milieux I et J de [AC] et [BD]. Que peut-on en conclure ? Calculer les distances AC et BD. Que peut-on en conclure ?
Calculer AB et BC. Démontrer AB=BC. Que peut-on en déduire ?

Rappels :

$$I(x_I, y_I)\ \text{milieu de } [AB] \text{ avec } A(x_A, y_A) \text{ et } B(x_B, y_B)$$

$$x_I = \frac{x_A + x_B}{2} \quad \text{et} \quad y_I = \frac{y_A + y_B}{2}$$

$$On\ a \quad A(x_A, y_A)\ et\ B(x_B, y_B) \qquad AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

Solutions :

A(-1 ;1)   B(0 ;-1)   C(2 ;0)   D(1 ;2) I milieu de[AC]   et   J milieu de [BD]

$$x_I = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{-1+2}{2} = \frac{1}{2} \quad et \quad y_I = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{1+0}{2} = \frac{1}{2}$$

$$I(\frac{1}{2}; \frac{1}{2})$$

$$x_J = \frac{x_B + x_D}{2} = \frac{0+1}{2} = \frac{1}{2} \quad et \quad y_J = \frac{y_B + y_D}{2} = \frac{-1+2}{2} = \frac{1}{2}$$

$$J(\frac{1}{2}; \frac{1}{2})$$

I=J, les diagonales du quadrilatère ABCD se coupent en un même milieu, c'est donc un parallélogramme.

$$AC = \sqrt{(2-(-1))^2 + (0-1)^2} = \sqrt{(3)^2 + (-1)^2} = \sqrt{9+1} = \sqrt{10}$$

$$BD = \sqrt{(1-0)^2 + (2-(-1))^2} = \sqrt{(1)^2 + (3)^2} = \sqrt{1+9} = \sqrt{10}$$

Les diagonales sont égales, c'est donc un rectangle.

$$AB = \sqrt{(0-(-1))^2 + (-1-1)^2} = \sqrt{(1)^2 + (-2)^2} = \sqrt{1+4} = \sqrt{5}$$

$$BC = \sqrt{(2-0)^2 + (0-(-1))^2} = \sqrt{(2)^2 + (1)^2} = \sqrt{4+1} = \sqrt{5}$$

On a $AB = BC$. Le rectangle possède deux côtés égaux, c'est donc un losange.
Un quadrilatère à la fois rectangle et losange est un carré.

Valeurs remarquables en trigonométrie.

Compléter le tableau des valeurs remarquables en trigonométrie.

Angle (x) en radian					
Cos(x)			$\frac{\sqrt{2}}{2}$		
Sin(x)					

Démontrer qu'un quadrilatère est un parallélogramme.

Soit A(1 ;1)   B(-2 ;4) C(0 ;1) et D(-3 ;4) Placer les points dans un repère.

Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$. Que peut-on en déduire du quadrilatère ABDC ?

Vérifier en calculant les coordonnées des milieux de [AD] et [BC]. Calculer les distances AB et AC. Le parallélogramme ABDC est-il un losange ?

$$\boldsymbol{Formule\ n°1\ :\ I(x_I, y_I)\ milieu\ de\ [AB]\qquad I\left(\frac{x_A + x_B}{2}\ ;\frac{y_A + y_B}{2}\right)}$$

$$\boldsymbol{Formule\ n°2\ :\ AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}}$$

$$\boldsymbol{Formule\ n°3\ :\ \overrightarrow{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A)}$$

Solutions :

Angle x en degré	0	30	45	60	90
Angle x en radian	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
Cos(x)	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
Sin(x)	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1

Soit A(1 ;1)   B(-2 ;4) C(0 ;1) et D(-3 ;4)

$$\overrightarrow{AB}(-2-1; 4-1) \qquad \overrightarrow{AB}(-3; 3)$$
$$\overrightarrow{CD}(-3-0; 4-1) \qquad \overrightarrow{CD}(-3; 3)$$

On a $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ le quadrilatère ABDC est un parallélogramme.

I milieu de [AD] $\left(\frac{1-3}{2}; \frac{1+4}{2}\right)$ $\mathrm{I}\left(-1; \frac{5}{2}\right)$ J milieu de [BC] $\left(\frac{-2+0}{2}; \frac{4+1}{2}\right)$ $\mathrm{J}\left(-1; \frac{5}{2}\right)$ $I = J$ Les diagonales se croisent en un même milieu.

$$AB = \sqrt{(-2-1)^2 + (4-1))^2} = \sqrt{(-3)^2 + 3^2} = \sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2} = 3\sqrt{2}$$

$$AC = \sqrt{(0-1)^2 + (1-1))^2} = \sqrt{(-1)^2 + 0^2} = \sqrt{1} = 1$$

$AB \neq AC$ Le parallélogramme ne peut pas être un losange.

Le produit scalaire et la géométrie analytique :

Rappels :

$$\boldsymbol{Formule\ n°1\ :\ I(x_I, y_I)\ milieu\ de\ [AB]}\qquad \boldsymbol{I\left(\frac{x_A + x_B}{2}\ ;\frac{y_A + y_B}{2}\right)}$$

$$\boldsymbol{Formule\ n°2\ :\ AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}}$$

$$\boldsymbol{Formule\ n°3\ :\ \overrightarrow{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A)}$$

$$\boldsymbol{Formule\ n°4\ :\ \vec{u}\ \ et\ \ \vec{v}\quad \vec{u}.\vec{v} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times cos(\vec{u}, \vec{v})}$$

$$\boldsymbol{Formule\ n°5\ :}\ \|\vec{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Soit A(-1 ;2), B(1 ;1) et C(0 ;-2).

1) Calculer $\overrightarrow{AB}\ \ et\ \ \overrightarrow{AC}$
2) Calculer $\|\overrightarrow{AB}\|$ et $\|\overrightarrow{AC}\|$

Le produit scalaire

Rappels : $\vec{u}\ \ et\ \ \vec{v}\quad \vec{u}.\vec{v} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times cos(\vec{u}, \vec{v})$

On donne $\|\vec{u}\| = 3$ $\|\vec{v}\| = 2$ et $\vec{u}.\vec{v} = -4$

Calculer $(\vec{u}, \vec{v})$

<u>Solutions</u>

$\overrightarrow{AB}$(2 ;-1) et $\overrightarrow{AC}(1; -4)$

$\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{4 + 1} = \sqrt{5}$ et $\|\overrightarrow{AC}\| = \sqrt{1 + 16} = \sqrt{17}$

$$\vec{u}.\vec{v} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times cos(\vec{u}, \vec{v}) \Leftrightarrow -4 = 6cos(\vec{u}, \vec{v}) \Leftrightarrow cos(\vec{u}, \vec{v}) = -\frac{4}{6} = -\frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow (\vec{u}, \vec{v}) = cos^{-1}(-\frac{2}{3}) \approx 132°$$

$$\boldsymbol{Formule\ n°1\ :\ I(x_I, y_I)\ milieu\ de\ [AB]} \qquad \boldsymbol{I\left(\frac{x_A + x_B}{2}\ ; \frac{y_A + y_B}{2}\right)}$$

$$\boldsymbol{Formule\ n°2\ :\ AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}}$$

$$\boldsymbol{Formule\ n°3\ :\ \overrightarrow{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A)}$$

$$\boldsymbol{Formule\ n°4\ :\ \vec{u}\quad et\quad \vec{v}\quad \vec{u}.\vec{v} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times cos(\vec{u}, \vec{v})}$$

$$\boldsymbol{Formule\ n°5\ :}\ \|\vec{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\boldsymbol{Formule\ n°6\ :}\ \vec{u}(x; y)\quad et\quad \vec{v}(x'; y')\quad \vec{u}.\vec{v} = xx' + yy'$$

Produit scalaire : géométrie analytique

Les vecteurs sont-ils orthogonaux ?

$\vec{u}(1; 4)\ \ et\ \ \vec{v}(-1; 2)$ $\qquad$ $\vec{u}(0; 4) et \vec{v}(-1; 0)$

$\vec{u}(1; -1)\ \ et\ \ \vec{v}(1; 1)$ $\qquad$ $\vec{u}(x; y)\ \ et\ \ \vec{v}(-y; x)$

Le produit scalaire

Soit A(-1 ;2), B(1 ;1) et C(0 ;-2). Calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$

Solutions :

$\vec{u}(1;4)\ \ et\ \ \vec{v}(-1;2)$ $\quad$ $\vec{u}.\vec{v} = -1 + 8 = 7$. Les vecteurs ne sont pas orthogonaux.

$\vec{u}(0;4)\ \ et\ \ \vec{v}(-1;0)$ $\quad$ $\vec{u}.\vec{v} = 0 + 0 = 0$. Les vecteurs sont orthogonaux.

$\vec{u}(1;-1)\ \ et\ \ \vec{v}(1;1)$ $\quad$ $\vec{u}.\vec{v} = 1 - 1 = 0$. Les vecteurs sont orthogonaux.

$\vec{u}(x;y)\ \ et\ \ \vec{v}(-y;x)$ $\quad$ $\vec{u}.\vec{v} = -xy + yx = 0$. Les vecteurs sont orthogonaux.

Soit A(-1 ;2), B(1 ;1) et C(0 ;-2).

$\overrightarrow{AB}$(2 ;-1) et $\overrightarrow{AC}(1;-4)$ donc $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = 2 + 4 = 6$

Le produit scalaire

Rappels : $\vec{u}\ \ et\ \ \vec{v}$ $\quad$ $\vec{u}.\vec{v} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times cos(\vec{u},\vec{v})$

$$\vec{u}(x;y)\ \ et\ \ \vec{v}(x';y')\quad \vec{u}.\vec{v} = xx' + yy'$$

Soit A(-1 ;2), B(1 ;1) et C(0 ;-2).

Calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$

Calculer l'angle $(\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC})$

Solutions :

$\overrightarrow{AB}$(2 ;-1) et $\overrightarrow{AC}(1;-4)$ donc $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = 2 + 4 = 6$

$\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{4+1} = \sqrt{5}$ et $\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{1+16} = \sqrt{17}$

$$(\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}) = cos^{-1}(\frac{6}{\sqrt{5}\times\sqrt{17}}) \approx$$

Le produit scalaire

Rappels : $\vec{u}\quad et\quad \vec{v}\quad \vec{u}.\vec{v} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times cos(\vec{u},\vec{v})$

$$\vec{u}(x;y)\quad et\quad \vec{v}(x';y')\quad \vec{u}.\vec{v} = xx' + yy'$$

$$\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Soit A(1 ;-2), B(-1 ;-1) et C(0 ;1).

Calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$

Calculer $\left\|\overrightarrow{AB}\right\|$

Produit scalaire : géométrie analytique

Rappels : $\vec{u}(x;y)\quad et\quad \vec{v}(x';y')\quad \vec{u}.\vec{v} = xx' + yy'$

Quelle est la valeur de x pour que les vecteurs soient orthogonaux ?

$$\vec{u}(x;4)\quad et\quad \vec{v}(-2;x+1)$$

Solutions :

Soit A(1 ;-2), B(-1 ;-1) et C(0 ;1).

$\overrightarrow{AB}$(-2 ;1) et $\overrightarrow{AC}(-1;3)$ donc $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = 2+3 = 5$

$\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{(-2)^2 + 1^2} = \sqrt{5}$

$\vec{u}(x;4)$ *et* $\vec{v}(-2;x+1)$ *sont orthogonaux si et seulement si* $\vec{u}.\vec{v} = 0$

$$\vec{u}.\vec{v} = 0 \Leftrightarrow -2x + 4(x+1) = 0 \Leftrightarrow -2x + 4x + 4 = 0 \Leftrightarrow 2x + 4 = 0 \Leftrightarrow 2x = -4 \Leftrightarrow x = -\frac{4}{2} = -2$$

Vérification

$$\vec{u}(-2;4) \quad et \quad \vec{v}(-2;-2+1)$$

$$\vec{u}(-2;4) \quad et \quad \vec{v}(-2;-1)$$

$$\vec{u}.\vec{v} = 4 - 4 = 0$$

Le produit scalaire

Rappels : $\vec{u}\quad et\quad \vec{v}\quad \vec{u}.\vec{v} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times cos(\vec{u},\vec{v})$

$$\vec{u}(x;y)\quad et\quad \vec{v}(x';y')\quad \vec{u}.\vec{v} = xx' + yy'$$

$$A(x_A;y_A)\ \text{ et } B(x_B;y_B)\quad \text{alors } \overrightarrow{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A)$$

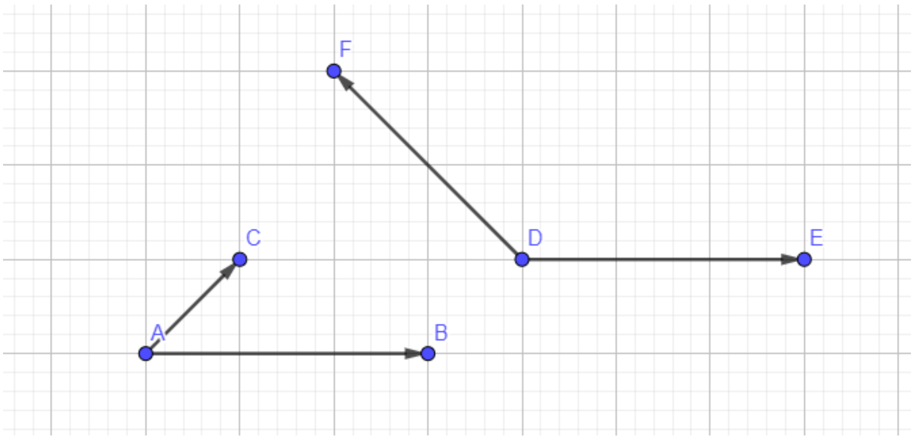
Soit A(-1 ;2), B(1 ;1) et C(0 ;-2).

Calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ Les droites (AB) et (AC) sont-elles perpendiculaires ?

Le produit scalaire

Soit A, B et C trois points non alignés du plan et H le projeté orthogonal du point C sur la droite (AB).

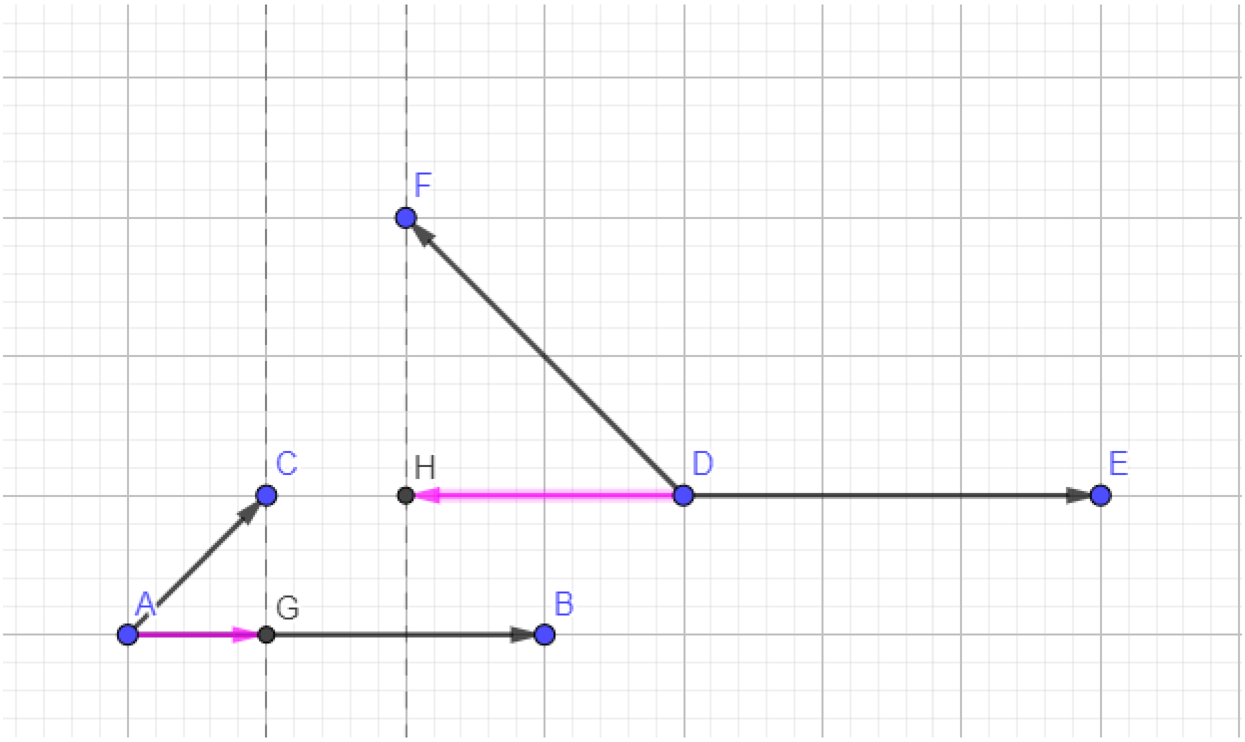
- Si les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AH}$ sont colinéaires et de même sens, alors $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = AB \times AH$
- Si les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AH}$ sont colinéaires et de sens contraires, alors $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = -AB \times AH$



Calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{DE}.\overrightarrow{DF}$ en utilisant le théorème ci-dessus.

Solution :

$\overrightarrow{AB}$(2 ;-1) et $\overrightarrow{AC}(1;-4)$ donc $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = 2 + 4 = 6$

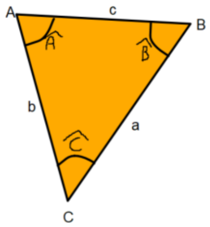


$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = \mathrm{AB} \times \mathrm{AG} = 3$

$\overrightarrow{\mathrm{DE}}.\overrightarrow{\mathrm{DF}} = -DE \times DH = -6$

Théorème d'Al Khashi (1380-1429)

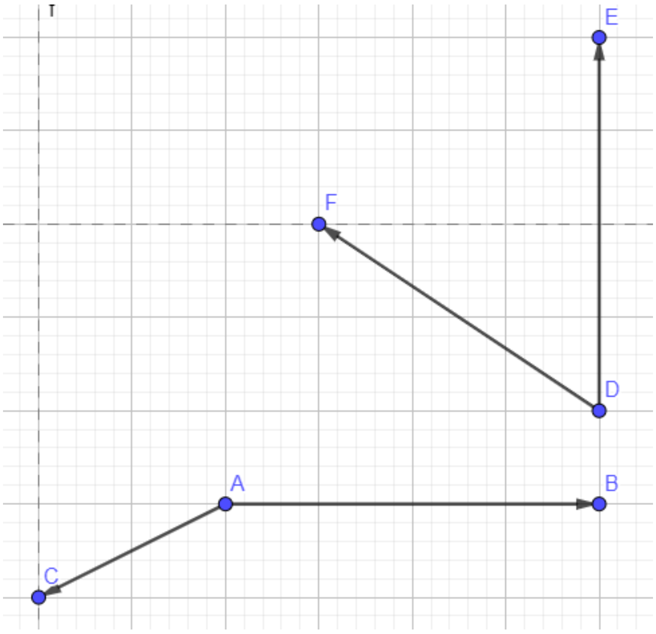
On considère le triangle ABC tel que AB=5, AC=3, BC = 6. Calculer l'angle $\widehat{BAC}$.



Le produit scalaire

Soit A, B et C trois points non alignés du plan et H le projeté orthogonal du point C sur la droite (AB).

- Si les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AH}$ sont colinéaires et de même sens, alors $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = AB \times AH$
- Si les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AH}$ sont colinéaires et de sens contraires, alors $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = -AB \times AH$



Calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{DE}.\overrightarrow{DF}$

Solutions :

D'après le théorème d'Al Kashi, on a :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2.AB.AC cos(\widehat{BAC})$$

$$6^2 = 5^2 + 3^2 - 2.AB.AC cos(\widehat{BAC})$$

$$36 = 25 + 9 - 30cos(\widehat{BAC})$$

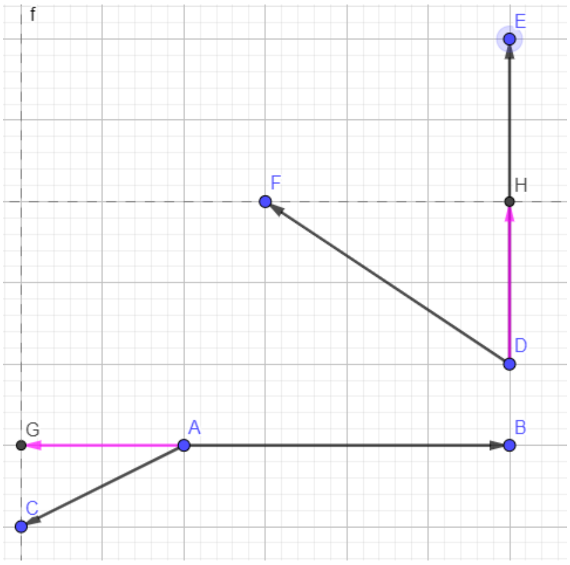
$$36 = 34 - 30cos(\widehat{BAC})$$

$$36\text{-}34 = -30cos(\widehat{BAC})$$

$$2 = -30cos(\widehat{BAC})$$

$$cos(\widehat{BAC}) = -\frac{2}{30}$$

$$\widehat{BAC} = cos^{-1}\left(-\frac{2}{30}\right) \approx 94°$$



$$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = -AB \times AG = -8$$

$$\overrightarrow{DE}.\overrightarrow{DF} = DE \times DH = 8$$

Equations trigonométriques

Résoudre l'équation trigonométrique suivante,

trouver l'angle x : $\begin{cases} \cos(x) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \sin(x) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$

$$x : \begin{cases} \cos(x) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \sin(x) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi \ \ k\epsilon\mathbb{Z}$$

Valeurs remarquables en trigonométrie.

Compléter le tableau des valeurs remarquables en trigonométrie.

Angle (x) en degré	0	30	45	60	90
Angle (x) en radian	0		$\frac{\pi}{4}$		
Cos(x)		$\frac{\sqrt{3}}{2}$			
Sin(x)	0				

Les complexes.

Rappel : forme algébrique d'un complexe : $z = x + iy$ *avec* $i^2 = -1$

Calculer et mettre sous forme algébrique le complexe

$$z = (3 + 2i) \times (1 - i)$$

<u>Solutions :</u>

Angle x en degré	0	30	45	60	90
Angle x en radian	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
Cos(x)	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
Sin(x)	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1

$$z = (3 + 2i) \times (1 - i) = 3 + 2i - 3i - 2i^2 = 3 - i + 2 = 5 - i$$

Les complexes.

Rappel :

- *forme algébrique d'un complexe :* $z = x + iy$
- $i^2 = -1$
- *(A-B)²=A²-2AB+B²*

Calculer et mettre sous forme algébrique le complexe

$$z = (2 - 3i)^2 + i(1 - i)$$

Solutions :

$$z = (2 - 3i)^2 + i(1 - i) = 4 - 12i + 9i^2 + i - i^2 = 4 - 12i - 9 + i + 1$$

$$z = -4 - 11i$$

Les complexes.

Rappel :

- *forme algébrique d'un complexe :* $z = x + iy$
- $i^2 = -1$
- *(A-B)²=A²-2AB+B², (A+B)²=A²+2AB+B² et (A+B)(A-B)=A²-B²*
- *Le conjugué de* $z = x + iy$ *est le complexe* $\bar{z} = x - iy$
- *Pour une fraction, on multiplie le numérateur et le dénominateur par le conjugué du dénominateur*

Calculer et mettre sous forme algébrique le complexe

$z_1 = (1 + i)^2 + (1 - i)^2$ $\qquad z_2 = \frac{2-i}{1-3i}$ $\qquad$ et $z_3 = \frac{2+2i}{i}$

Solutions :

$$z_1 = (1 + i)^2 + (1 - i)^2 = 1 + 2i - 1 + 1 - 2i - 1 = 0$$

$$z_2 = \frac{2 - i}{1 - 3i} = \frac{(2 - i)(1 + 3i)}{(1 - 3i)(1 + 3i)} = \frac{2 + 6i - i + 3}{1 - 9i^2} = \frac{5 + 5i}{10} = 0{,}5 + 0{,}5i$$

$$z_3 = \frac{2+2i}{i} = \frac{(2+2i)i}{i \times i} = \frac{2i-2}{-1} = -2i+2 = 2-2i$$

Equations trigonométriques

Résoudre l'équation trigonométrique suivante,

trouver l'angle x tel que : $\begin{cases} \cos(x) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \sin(x) = -\frac{1}{2} \end{cases}$

Le produit scalaire

Rappels : $\vec{u} \quad et \quad \vec{v} \quad \vec{u}.\vec{v} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times cos(\vec{u}, \vec{v})$

$$\vec{u}(x; y) \quad et \quad \vec{v}(x'; y') \quad \vec{u}.\vec{v} = xx' + yy'$$

$$\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Soit A(-1 ;-2), B(3 ;-1) et C(1 ;0).

Calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$

Calculer $\|\overrightarrow{AB}\|$ et $\|\overrightarrow{AC}\|$

Solutions :

La solution est dans le quadrant n°3

$$x : \begin{cases} \cos(x) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \sin(x) = -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x = -\frac{5\pi}{6} + k2\pi \ \ k\epsilon\mathbb{Z}$$

$\overrightarrow{AB}$(4 ;1) et $\overrightarrow{AC}(2;2)$ donc $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = 8 + 2 = 10$ Les droites (AB) et (AC) ne sont pas perpendiculaires.

$$\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{4^2 + 1^2} = \sqrt{17}$$

$$\|\overrightarrow{AC}\| = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

Les complexes

Rappel :

- *forme algébrique d'un complexe :* $z = x + iy$
- $i^2 = -1$
- Le point $M(x\,;y)$ est l'image du complexe $z = x + iy$
- Le complexe $z = x + iy$ est l'affixe du point $M(x\,;y)$
- Le module du complexe $z = x + iy$ est $|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$

1) Donner les affixes des points A(-1 ;1) B(0 ;2) C(-2 ;0) et D (3 ;2)
2) Donner les images des complexes :

   $z_E = 3 + 2i$
   $z_F = -1 + i$
   $z_G = 2i$
   $z_H = \sqrt{7}$
3) Donner les modules des complexes de la question 2)

Réponses :

1) $\mathrm{z_A} = -1 + \mathrm{i}$
   $\mathrm{z_B} = 2\mathrm{i}$
   $\mathrm{z_C} = -2$

$z_D = 3 + 2i$

2) E(3 ;2) F(-1 ;1) G(0 ;2) et H ($\sqrt{7}$;0)

3) $|z_E| = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$

$|z_F| = \sqrt{(-1)^2 + 1^2} = \sqrt{2}$

$|z_G| = \sqrt{0^2 + 2^2} = \sqrt{4} = 2$

$|z_H| = \sqrt{\sqrt{7}^2 + 0^2} = \sqrt{7}$

Valeurs remarquables en trigonométrie.

Compléter le tableau des valeurs remarquables en trigonométrie.

Angle (x) en radian	0		$\frac{\pi}{4}$		
Cos(x)		$\frac{\sqrt{3}}{2}$			
Sin(x)	0				

Les complexes

Rappel :

- Le point $M(x\,;y)$ est l'image du complexe $z = x + iy$
- Le complexe $z = x + iy$ est l'affixe du point $M(x\,;y)$
- Le complexe $z_B - z_A = z_{\overrightarrow{AB}}$ est l'affixe du vecteur $\overrightarrow{AB}$
- Le module du complexe $z = x + iy$ est $|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$

1) Donner les affixes des points A(-2 ;-1) B(2 ;2) C(2 ;-2) et D (6 ;1)
2) Donner les affixes des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$
3) Que remarquez-vous ? Que pouvez-vous dire du quadrilatère ABDC ?

Réponses :

Angle x en radian	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$

Cos(x)	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
Sin(x)	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1

1) $z_A = -2 - i$
   $z_B = 2 + 2i$
   $z_C = 2 - 2i$
   $z_D = 6 + i$
2) $z_{\overrightarrow{AB}} = z_B - z_A = 2 + 2i - (-2 - i) = 2 + 2i + 2 + i = 4 + 3i$
   $z_{\overrightarrow{CD}} = z_D - z_C = 6 + i - (2 - 2i) = 6 + i - 2 + 2i = 4 + 3i$
   On remarque que $z_{\overrightarrow{AB}}$=$z_{\overrightarrow{CD}}$ Le quadrilatère ABDC est un parallélogramme.

Les complexes, forme trigonométrique

Calculer et mettre sous forme algébrique le complexe

$$z = (2 - i)^2 + 3i(1 - i)$$

Les complexes, forme trigonométrique

Rappel :

- *forme algébrique d'un complexe :* $z = x + iy$
- $i^2 = -1$
- Le module du complexe $z = x + iy$ est $|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$
- *L'argument d'un nombre complexe* $\theta = arg(z)$
- *Forme trigonométrique d'un nombre complexe :* $z = |z|(cos(\theta) + i\ sin(\theta))$

Donner l'écriture trigonométrique, puis algébrique des complexes :

$z_A \begin{cases} \theta = \pi \\ |z_A| = 2{,}5 \end{cases}$ $z_B \begin{cases} \theta = \frac{\pi}{3} \\ |z_B| = 4 \end{cases}$ $z_C \begin{cases} \theta = \frac{\pi}{2} \\ |z_B| = 3 \end{cases}$ $z_D \begin{cases} \theta = 2\pi \\ |z_D| = 1 \end{cases}$

Solutions :

$$z = (2 - i)^2 + 3i(1 - i) = 4 - 4i - 1 + 3i + 3 = 6 - i$$

$$z_A = 2{,}5((cos(\pi) + i\ sin(\pi)) = 2{,}5(-1 + i\ 0) = -2{,}5$$

$$z_B = 4((cos(\frac{\pi}{3}) + i\ sin(\frac{\pi}{3})) = 4(\frac{1}{2} + i\ \frac{\sqrt{3}}{2}) = 2 + 2i\sqrt{3}$$

$$z_C = 3((cos(\frac{\pi}{2}) + i\ sin(\frac{\pi}{2})) = 3(0 + i\ 1) = 3i$$

$$z_A = 1((cos(2\pi) + i\ sin(2\pi)) = 1(1 + i\ 0) = 1$$

Les complexes, forme trigonométrique

Rappel :

- *forme algébrique d'un complexe :* $z = x + iy$

- Le module du complexe $z = x + iy$ est $|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$
- *L'argument d'un nombre complexe* $\theta = arg(z)$ $\begin{cases} cos(\theta) = \frac{x}{|z|} \\ sin(\theta) = \frac{y}{|z|} \end{cases}$
- *Forme trigonométrique d'un nombre complexe :* $z = |z|(cos(\theta) + i\ sin(\theta))$

Donner l'écriture trigonométrique des complexes suivants :

$z_A = 2 - 2i \qquad z_B = \sqrt{3} + i \quad z_C = 4$ et $z_D = 2i$

Rappel de la méthode : calculer le module puis l'argument du complexe.

<u>Solutions :</u>

$z_A = 2 - 2i \quad |z_A| = \sqrt{2^2 + (-2)^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

$\theta \begin{cases} cos(\theta) = \frac{2}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ sin(\theta) = -\frac{2}{2\sqrt{2}} = -\frac{1}{\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$ *Soit* $\theta = -\frac{\pi}{4}$

$$z_A = 2\sqrt{2}(cos(-\frac{\pi}{4}) + i\ sin(-\frac{\pi}{4}))$$

$z_B = \sqrt{3} + i \quad |z_B| = \sqrt{\sqrt{3}^2 + 1^2} = \sqrt{4} = 2$

$\theta \begin{cases} cos(\theta) = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ sin(\theta) = \frac{1}{2} \end{cases}$ *Soit* $\theta = \frac{\pi}{6}$

$$z_B = 2(cos(\frac{\pi}{6}) + i\ sin(\frac{\pi}{6}))$$

$z_C = 4 \quad |z_B| = \sqrt{4^2} = \sqrt{16} = 4$

$\theta \begin{cases} cos(\theta) = \frac{4}{4} = 1 \\ sin(\theta) = \frac{0}{4} = 0 \end{cases}$ *Soit* $\theta = 0$

$$z_C = 2(cos(0) + i\ sin(0))$$

$z_D = 2i \quad |z_D| = \sqrt{0^2 + 2^2} = \sqrt{4} = 2$

$\theta \begin{cases} cos(\theta) = \frac{0}{2} = 0 \\ sin(\theta) = \frac{2}{2} = 1 \end{cases}$ *Soit* $\theta = \frac{\pi}{2}$

$$z_A = 2(cos(\frac{\pi}{2}) + i\ sin(\frac{\pi}{2}))$$

Algorithme.

On considère l'algorithme suivant :

$x \leftarrow 0$
$y \leftarrow -1$
$z \leftarrow 1$

Si $x > y$ alors
    Si $y > z$ alors
        $z \leftarrow x + y$
    Sinon
        $z \leftarrow x - y$
Sinon
    $z \leftarrow -x - y$

Quelles sont les valeurs de x et y et z ? Recommencer avec

$x \leftarrow -2$
$y \leftarrow 1$
$z \leftarrow 1$

$x \leftarrow 3$
$y \leftarrow 2$
$z \leftarrow 1$

Bonus : programmer cet algorithme en python.

Solutions :

x	0			-2			3	
y	-1			1			2	
z	1	**1**		1	**1**		1	**5**

```python
x=3
y=2
z=1

if x > y :
    if y >z :
        z=x+y
    else :
        z=x-y
else :
    z=-x-y
```

Calcul d'un nombre dérivé

Calculer en utilisant la calculatrice le nombre dérivé de la fonction définie par $f(x) = (x-1)^2 + 3$ au point $x_0 = 3$

Du python

Que fait le script suivant :

```
def f(x):
    return 3*x+2


for x in range(3):
    print(x,f(x))
```

<u>Solutions</u>

Vous devez trouver, à la calculatrice, $f'(3) = 4$

Le script donne :

```
0 2
1 5
2 8
```

Du python

Le script suivant simule le rebond d'une balle qui perd 15% de sa hauteur à chaque rebond.

On compte le nombre de rebonds (le nombre n)

```
h=3
n=0
while h>2 :
    h=h*0.85
    n=n+1

print(n)
```

Faire un tableau d'exécution des variables :

h	3			
n	0			

Calculer des fonctions dérivées.

Rappels :

Fonction	**Fonction dérivée**
$ax + b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$

Calculer la fonction dérivée de la fonction définie par $f(x) = x^3 + 2x^2 - 3x + 1$

Calculer $f'(1)$

Solutions

$$f'(x) = 3x^2 + 4x - 3$$

$$f'(1) = 4$$

Tableau d'exécution des variables :

h	3	2,55	2,1675	1,84
n	0	1	2	3

Il faut 3 rebonds

Fonctions dérivées

Calculer les fonctions dérivées des fonctions définies par :

- $f(x) = 4x - 3$
- $g(x) = x^2 + 2x + 1$
- $h(x) = x + \sqrt{2}$
- $t(x) = -x$
- $l(x) = 3x^3 + x^2 + 2x - 1$
- $w(x) = -7$

Calculer pour chaque fonction le nombre dérivé pour $x = -1$

Vérifier à la calculatrice.

Solutions

- $f'(x) = 4$ et $f'(-1) = 4$
- $g'(x) = 2x + 2$ *et* $g'(-1) = 0$
- $h'(x) = 1$ et $h'(-1) = 1$
- $t'(x) = -1$ et $t'(-1) = -1$
- $l'(x) = 9x^2 + 2x + 2$ *et* $l'(-1) = 9 - 2 + 2 = 9$
- $w'(x) = 0$ *et* $w'(-1) = 0$