TP sur les développements limités.

**Définition :**

Soit f une fonction définie sur un intervalle I contenant O ; n est un entier naturel.

On dit que la fonction f admet un développement limité d’ordre n en 0 s’il existe un polynôme Pn de degré inférieur ou égal à n et une fonction tels que :

Avec

s’appelle la partie régulière.

**Propriété :**

Si f admet un développement limité à l’ordre en O, de partie régulière , alors f est dérivable en 0 et la courbe représentative de f admet une tangente non verticale au point d’abscisse 0, d’équation réduite

Vous connaissez déjà un développement limité à l’ordre 0 d’une fonction : c’est l’équation de la tangente.

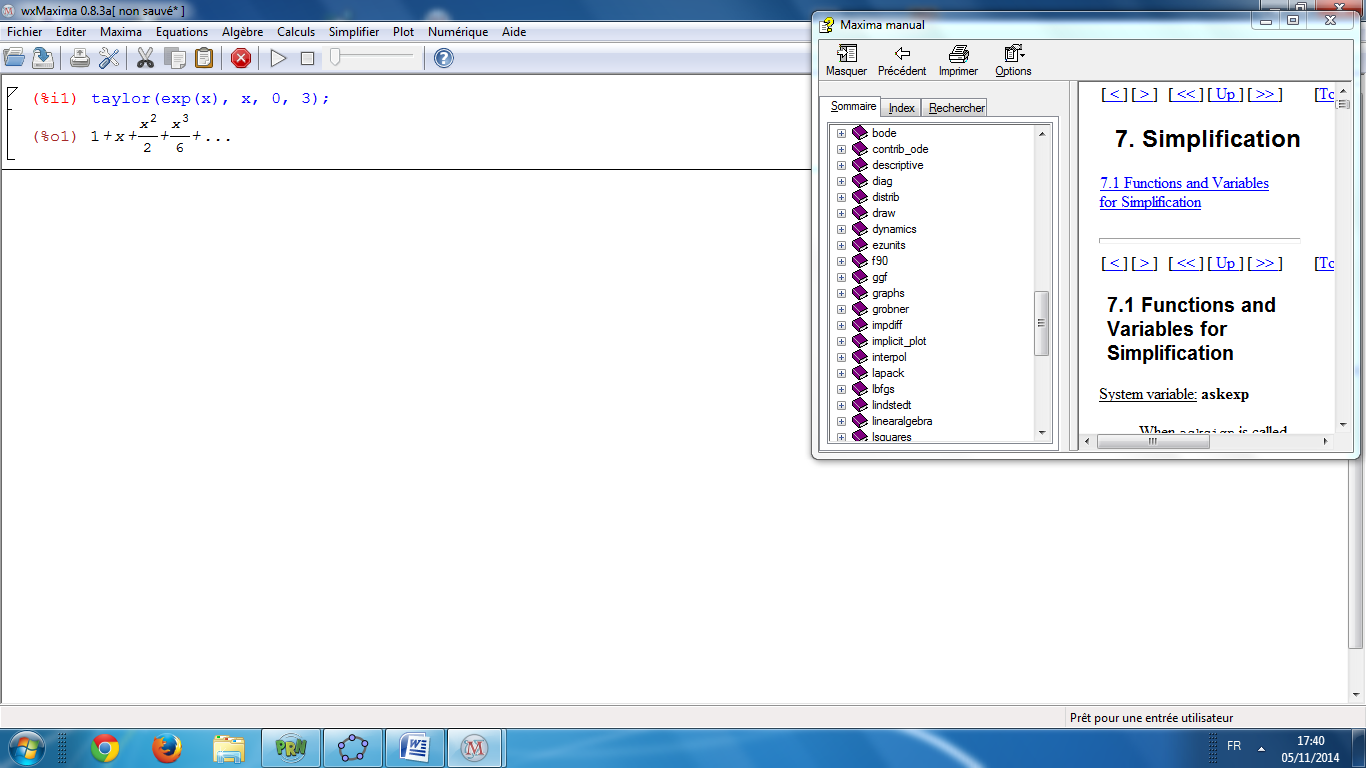
Rappel de l’équation de la tangente à la courbe en un point d’abscisse a :

Un développement limité se calcule à l’aide de logiciel de calcul formel et/ou de calculatrices CAS (T-inspire cas, casio GRAPH 100,etc)

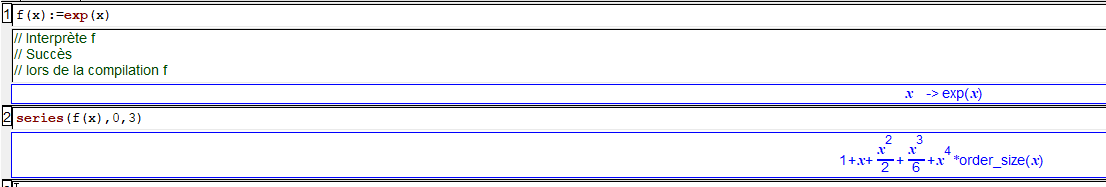
**Voici quelques commandes :**

Sur **GEOGEBRA**, on utilise la commande **PolynômeTaylor[ <Fonction>, <Valeur x>, <Ordre> ]**

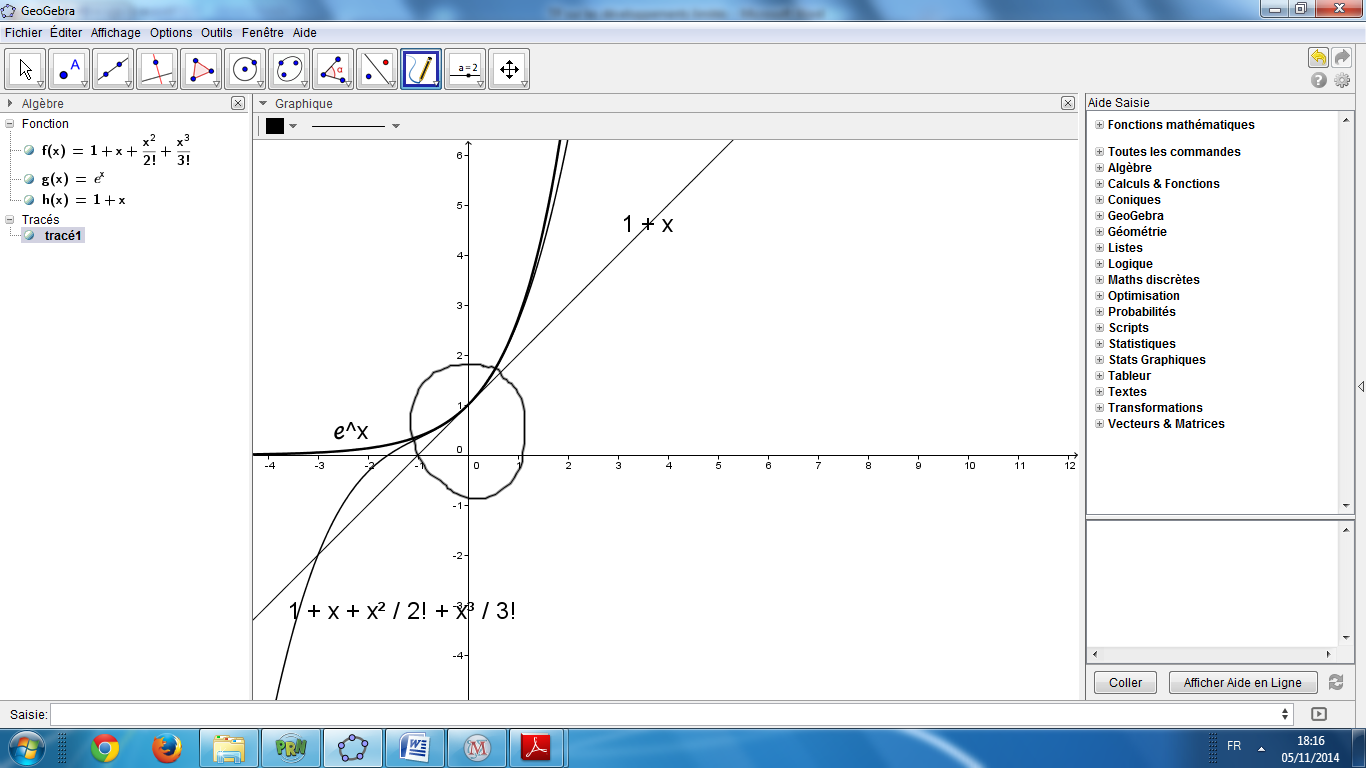
Avec **MAXIMA** :

****

Avec **Xcas** :



**Exemple PolynômeTaylor[ exp(x), 0, 3 ] avec GEOGEBRA pour trouver le développement limité en 0 à l’ordre 3 de la fonction**

****

f(x) = 1 + x + x² / 2! + x³ / 3! A savoir :

Donc avec

**Du développement limité de la fonction en 0, on peut en déduire les éléments suivants :**

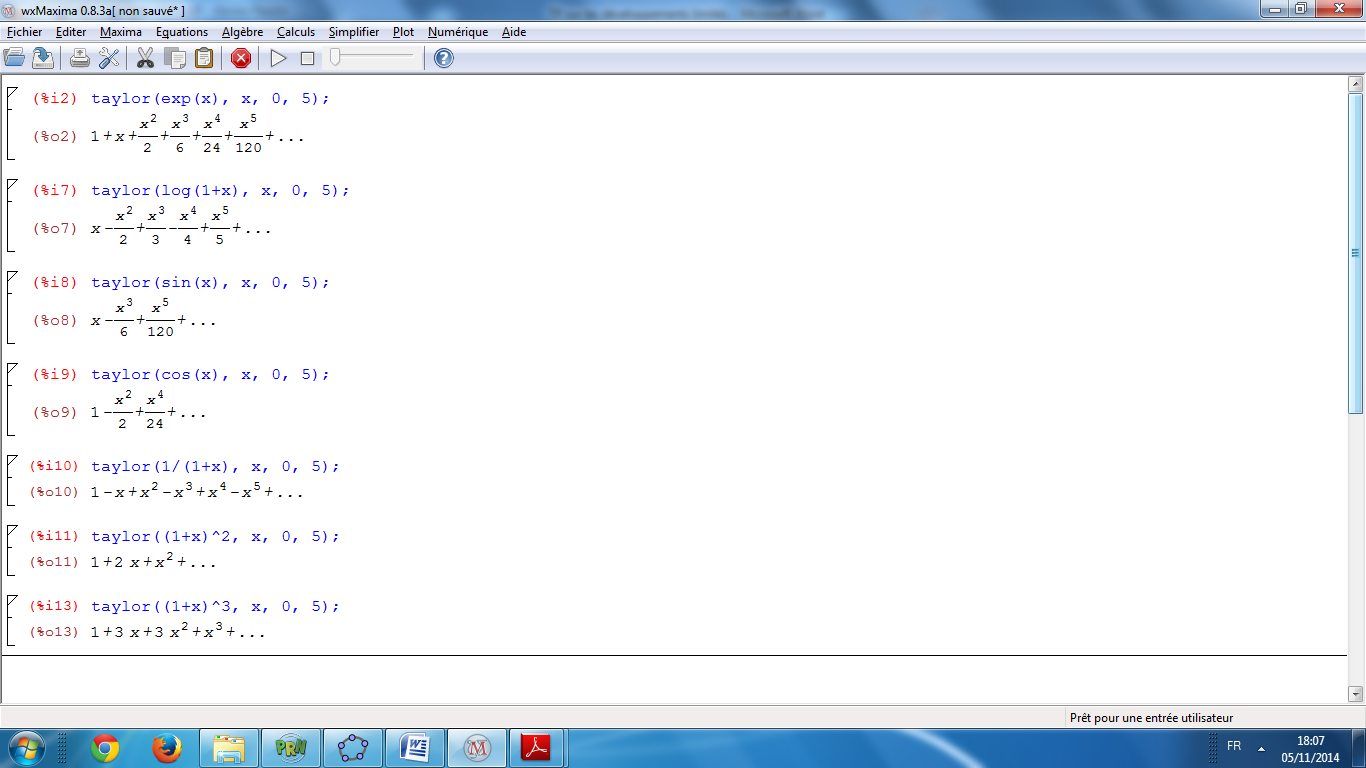
* L’équation réduite de la tangente à la courbe représentative de au point d’abscisse 0 est y=x+1
* De plus développement limité en 0 à l’ordre 2.

Donc

La fonction est au dessus de sa tangente car est positif.

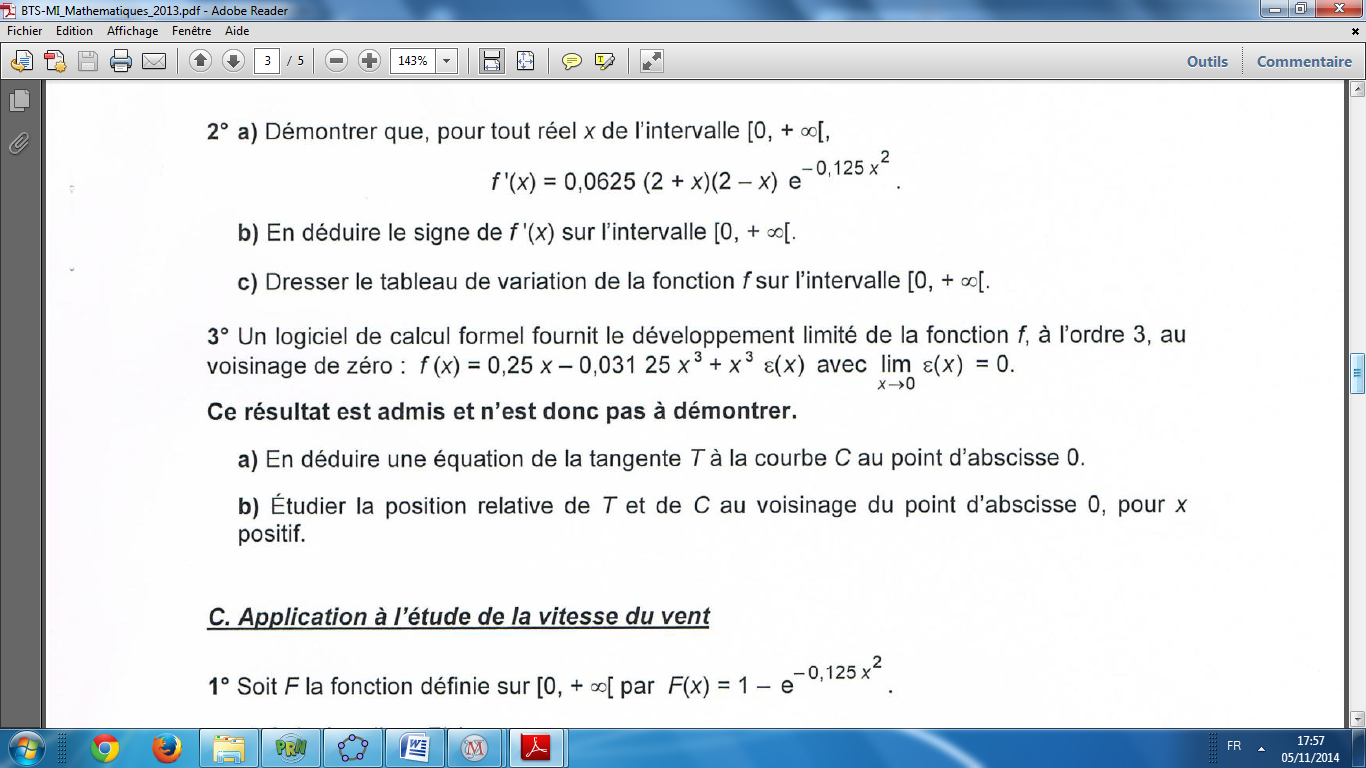
**Le développement limité sert essentiellement (dans le cadre du BTS) à trouver l’équation de la tangente au point considéré et à trouver la position relative de la courbe de la fonction par rapport à sa tangente.**

Quelques développements limités classiques (trouvés avec MAXIMA) :



En utilisant ces développements, donner les équations des tangentes en O, ainsi que leur position relative.

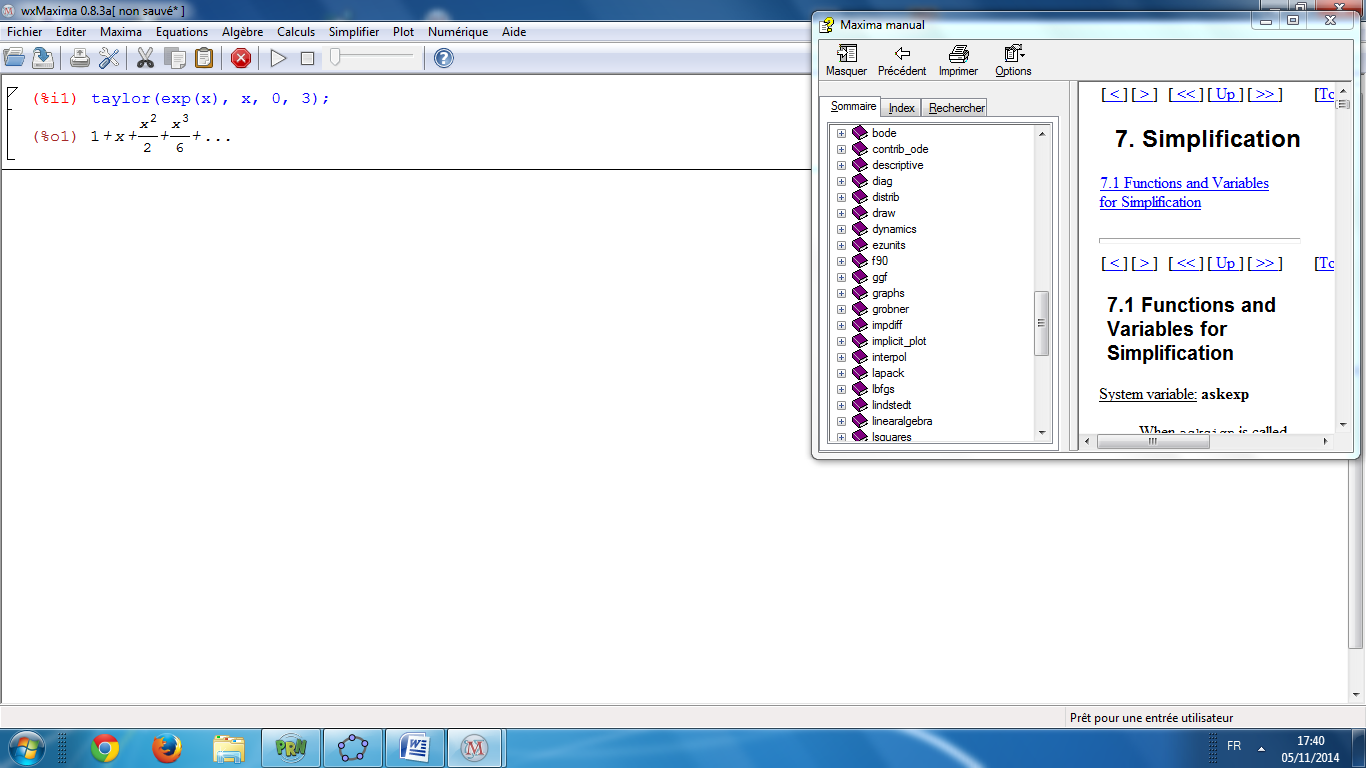
**Un extrait du BTS 2013 :**



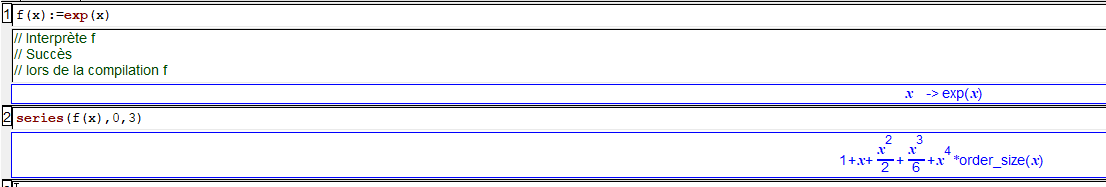
Traiter les deux questions.

**PARTIE INFORMATIQUE.**

Dans MAXIMA, on cherche le développement limité de la fonction exp(x) au voisinage de O à l’ordre 3. On tape la commande suivante :



Dans XCAS :



Il faut interpréter l’affichage du logiciel et réponde de la façon suivante :

**avec**

En utilisant le même affichage écrire le développement limité à l’ordre 2 au voisinage de 0

Utiliser MAXIMA pour écrire le développement limité à l’ordre 4 au voisinage de 0 de exp(x)

En utilisant le logiciel de votre choix,

* déterminer les développements limités ;
* déterminer l’équation réduite de la tangente à la courbe au point d’abscisse demandé ;
* Préciser la position de la tangente à la courbe au point d’abscisse demandé ;
* Vérifier avec GEOGEBRA

en 0 à l’ordre 4.

en 0 à l’ordre 3.

en 0 à l’ordre 2.

au voisinage de de 0 à l’ordre 2.

à l’ordre 3 en 0

à l’ordre 2 au voisinage de 0