

TP : découverte de l'intégrale.

On considère la fonction $f(x) = e^x$.

Préalable mathématiques.

Donner une primitive de la fonction $f(x) = e^x$. Appeler cette primitive $F(x)$. Calculer $F(1)-F(0)$ à 0,01 près. On notera A ce nombre.

Le TP.

Dans GEOGEBRA, entrer dans la barre de saisie $a=0$, $b=1$ et $f(x) = e^x$. Créer un curseur n allant de 1 à 100 avec un incrément de 1.

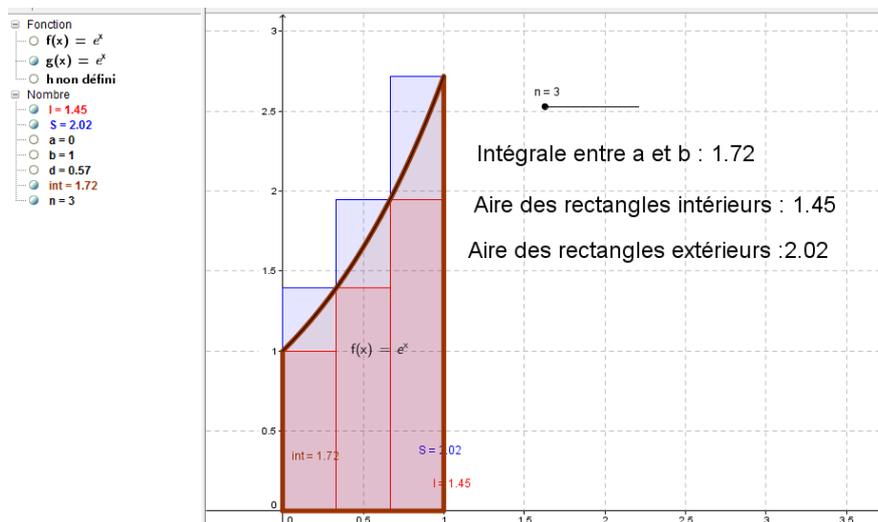
Entrer dans la barre de saisie les instructions $S=\text{SommeSupérieure}[f, a, b, n]$ $I=\text{SommeInférieure}[f, a, b, n]$ et $d=S-I$. Mettre I en rouge et S en bleu.

S donne l'aire des rectangles formés à partir de l'axe des abscisses et des points de la courbe en s'arrangeant pour que la courbe soit à l'intérieure.

I donne l'aire des rectangles formés à partir de l'axe des abscisses et des points de la courbe en s'arrangeant pour que la courbe soit à l'extérieure.

Ces deux nombres donnent une approximation de l'aire située entre la courbe, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x=0$ et $x=1$. Comparer ces deux nombres et le nombre A trouvé au début du TP. Faire varier n pour avoir une approximation intéressante.

Pour $n=3$, vous devez obtenir un écran de la sorte :



Que représente géométriquement le nombre d ?

Pour $n=8$, quelle est l'amplitude de l'intervalle $[I, S]$?

Trouver n pour que l'amplitude de $[I, S]$ soit inférieure ou égale à 0,05.

Le nombre $A=F(1)-F(0)$ est l'aire encadré par ces deux valeurs. Ce nombre se notera de la façon suivante :

Pour f fonction continue et positive sur $[a ; b]$ on a

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a) \text{ avec } F(x) \text{ une primitive de } f(x) \text{ sur } [a; b]$$

Dans notre TP, on a $A = \int_0^1 e^x dx = e^1 - e^0$

Pour retrouver ce nombre avec GEOGEBRA, il faut taper dans la barre de saisie **Intégrale[f, a, b]**

Essayer de trouver dans votre calculatrice une commande similaire.

Applications.

Trouver les intégrales suivantes : $\int_1^3 x + 1 dx$ $\int_0^3 e^{-x} dx$ $\int_1^3 \frac{3}{x} dx$

Problème :

Représenter à l'aide de GEOGEBRA les fonctions $f(x) = \exp(2x)$ et $g(x) = x + 1$

GEOGEBRA nous indique que l'aire comprise entre la courbe représentative de f , celle de g , les droites d'équations $x=0$ et $x=1$ est de 1,69 unités d'aire. Retrouver ce résultat sur GEOGEBRA.

GEOGEBRA utilise la commande **IntégraleDomaine[<Fonction>, <Fonction>, <x min>, <x max>]**

Comment retrouver ce résultat par le calcul ?

