

## Exercices de révision pour le CCF sur les équations différentielles

### **Exercice 1 :** (équation différentielle à la main et sur Xcas)

On considère un chauffe-eau muni d'une résistance électrique.

On admet que la température en °C, notée  $\theta(t)$ , de l'eau contenue dans ce chauffe-eau au bout de  $t$  secondes

vérifie l'équation différentielle : (E) :  $y' + \frac{3}{10000}y = \frac{2}{100}$ .

On sait que la température initiale est de 20°C.

1/ Résoudre à la main l'équation  $y' + \frac{3}{10000}y = 0$ .

2/ a/ Déterminer le réel  $p$  pour lequel la fonction constante  $f$  telle que  $f(t) = p$  est solution de  $y' + \frac{3}{10000}y = \frac{2}{100}$ .

b/ En déduire l'ensemble des solutions de l'équation différentielle  $y' + \frac{3}{10000}y = \frac{2}{100}$ .

3/ a/ Déterminer la fonction  $\theta$ .

b/ Vérifier sur Xcas.

4/ Déterminer la limite  $L$  à long terme de  $\theta$ .

5/ Déterminer le temps nécessaire, en heures, minutes et secondes, pour atteindre une température de 65°C.

### **Exercice 2 :** (Equation différentielle à la main et sur Xcas)

On fait absorber une substance, dosée à 2 mg de principe actif, à un animal.

Cette substance libère peu à peu un principe actif qui passe dans le sang.

On appelle  $f(t)$  la quantité de principe actif, exprimée en mg, présente dans le sang à l'instant  $t$  ( $t > 0$ ), donné en heures.

Après étude, on constate que la fonction  $f$  est solution de l'équation différentielle (E) :  $y' + 0.5y = 0.5e^{-0.5t}$ .

Avant l'absorption, la substance n'est pas présente dans le sang.

1/ Quelle est la condition initiale de cette équation différentielle ?

2/ Résoudre l'équation sans second membre :  $y' + 0.5y = 0$  dans  $[0 ; +\infty[$ .

3/  $h$  est la fonction définie sur  $[0 ; +\infty[$  par :  $h(t) = 0.5te^{-0.5t}$ .

À l'aide d'un logiciel, prouver que  $h$  est une solution particulière de (E).

4/ Déterminer la solution  $f$  de l'équation différentielle (E).

5/ Vérifier le résultat obtenu avec Xcas.

6/ Quelle est la quantité maximale  $M$  de principe actif dans le sang ? Expliquer.

7/ A quel instant  $T$  principe actif dans le sang n'atteint plus que 10% de la quantité maximale  $M$  ? Expliquer.