

La valeur absolue

Exercice 1

Effectuer les calculs suivants :

a. $|2 \times 3 - 7|$ b. $|\sqrt{2} - \sqrt{3}|$ c. $2 \times \left| 3 \times \frac{1}{4} - 2 \right| + 1$
 d. $\frac{|3| + |-3|}{\left| 2 - \frac{1}{3} \right|}$ e. $|3 - \pi|$ f. $|2 \times |2 \times 5 - 12| - 7|$

Correction 1

a. $|2 \times 3 - 7| = |-1| = 1$
 b. Nous savons que $\sqrt{2} < \sqrt{3}$. Ainsi, $\sqrt{2} - \sqrt{3}$ est un nombre négatif. On en déduit :
 $|\sqrt{2} - \sqrt{3}| = -(\sqrt{2} - \sqrt{3}) = \sqrt{3} - \sqrt{2}$

c. $2 \times \left| 3 \times \frac{1}{4} - 2 \right| + 1 = 2 \times \left| \frac{3}{4} - 2 \right| + 1 = 2 \times \left| -\frac{5}{4} \right| + 1$
 $= 2 \times \frac{5}{4} + 1 = \frac{10}{4} + 1 = \frac{14}{4} = \frac{7}{2}$
 d. $\frac{|3| + |-3|}{\left| 2 - \frac{1}{3} \right|} = \frac{3 + 3}{\left| \frac{5}{3} \right|} = \frac{6}{\frac{5}{3}} = 6 \times \frac{3}{5} = \frac{18}{5}$

e. Sachant que $\pi > 3$, le nombre $3 - \pi$ est négatif. On en déduit :
 $|3 - \pi| = \pi - 3$
 f. $|2 \times |2 \times 5 - 12| - 7| = |2 \times |-2| - 7| = |2 \times 2 - 7|$
 $= |-3| = 3$

Exercice 2*

Effectuer les calculs suivants :

a. $2 \times |3 \times 2 - 7| - |5 - 3|$ b. $|\pi - 4|$
 c. $||5 - 4| + |4 - 5||$ d. $|2 \times |3 - 5| + 2| - 5$
 e. $|3 \times 2 - 4| \times |3 - 5|$ f. $\frac{|8 - 11 \times 2|}{|+5| + |-5|}$

Correction 2

a. $2 \times |3 \times 2 - 7| - |5 - 3| = 2 \times |6 - 7| - |2| = 2 \times |-1| - 2$
 $= 2 \times 1 - 2 = 0$

b. Sachant que $\pi < 4$: $|\pi - 4| = -(\pi - 4) = 4 - \pi$
 c. $||5 - 4| + |4 - 5|| = ||1| + |-1|| = |1 + 1| = |2| = 2$
 d. $|2 \times |3 - 5| + 2| - 5 = |2 \times |-2| + 2| - 5 = |2 \times 2 + 2| - 5$
 $= |6| - 5 = 6 - 5 = 1$
 e. $|3 \times 2 - 4| \times |3 - 5| = |6 - 4| \times |-2| = |2| \times 2 = 2 \times 2 = 4$
 f. $\frac{|8 - 11 \times 2|}{|+5| + |-5|} = \frac{|8 - 22|}{5 + 5} = \frac{|-14|}{10} = \frac{14}{10} = 1,4$

Exercice 3

De manière algébrique, calculer les expressions suivantes :

a. $|2 - 3|$ b. $|5 + 3|$ c. $|2 \times (4 - 5)|$
 d. $|4 \times 2 - 5 \times 7|$ e. $|7 + 2| \times |4 - 6|$ f. $|2 - 3| \times 2$
 g. $|5,5| + |-5,5|$ h. $|-5,5| - |4,5|$ i. $\frac{|2 \times 4 - 7|}{|3 \times 3 - 12|}$

Correction 3

a. $|2 - 3| = |-1| = 1$
 b. $|5 + 3| = |8| = 8$

c. $|2 \times (4 - 5)| = |2 \times (-1)| = |-2| = 2$
 d. $|4 \times 2 - 5 \times 7| = |8 - 35| = |-27| = 27$
 e. $|7 + 2| \times |4 - 6| = |9| \times |-2| = 9 \times 2 = 18$
 f. $|2 - 3| \times 2 = |-1| \times 2 = 1 \times 2 = 2$
 g. $|5,5| + |-5,5| = 5,5 + 5,5 = 11$
 h. $|-5,5| - |4,5| = 5,5 - 4,5 = 1$
 i. $\frac{|2 \times 4 - 7|}{|3 \times 3 - 12|} = \frac{|8 - 7|}{|9 - 12|} = \frac{1}{|-3|} = \frac{1}{3}$

Exercice 4*

Résoudre les équations suivantes :

a. $|2x - 2| = |x + 3|$ b. $|2x + 1| = |3x + 3|$
 c. $|x - 2| = |x + 3|$ d. $|5x + 2| = |2 \cdot (-2x + 1)|$

Correction 4

a. La résolution de l'équation $|2x - 2| = |x + 3|$ se traduit par la résolution des deux équations suivantes :

$2x - 2 = x + 3$	$2x - 2 = -(x + 3)$
$2x - x = 3 + 2$	$2x - 2 = -x - 3$
$x = 5$	$2x + x = -3 + 2$
	$3x = -1$
	$x = -\frac{1}{3}$

Cette équation admet pour ensemble de définition :

$$S = \left\{ -\frac{1}{3}; 5 \right\}$$

b. L'équation $|2x + 1| = |3x + 3|$ entraîne les deux équations suivantes :

$2x + 1 = 3x + 3$	$2x + 1 = -(3x + 3)$
$2x - 3x = 3 - 1$	$2x + 1 = -3x - 3$
$-x = 2$	$2x + 3x = -3 - 1$
$x = -2$	$5x = -4$
	$x = -\frac{4}{5}$

On a : $S = \left\{ -2; -\frac{4}{5} \right\}$

c. La résolution de l'équation $|x - 2| = |x + 3|$ se traduit par l'étude des deux équations suivantes :

$$\begin{array}{l|l} x-2=x+3 & x-2=-(x+3) \\ x-x=3+2 & x-2=-x-3 \\ 0x=5 & x+x=-3+2 \\ & 2x=-1 \\ & x=-\frac{1}{2} \end{array}$$

Cette équation admet pour ensemble de solutions :

$$\mathcal{S} = \left\{ -\frac{1}{2} \right\}$$

d. L'équation $|5x+2|=|2 \cdot (-2x+1)|$ induit les deux équations

suivantes :

$$\begin{array}{l|l} 5x+2=2 \cdot (-2x+1) & 5x+2=-2 \cdot (-2x+1) \\ 5x+2=-4x+2 & 5x+2=-(-4x+2) \\ 5x+4x=2-2 & 5x+2=4x-2 \\ 9x=0 & 5x-4x=-2-2 \\ x=0 & x=-4 \end{array}$$

L'équation de l'énoncé admet pour ensemble de solutions :

$$\mathcal{S} = \{-4; 0\}$$